

**REFORÇO DE VIGAS DE CONCRETO
ARMADO POR MEIO DE CABOS EXTERNOS
PROTENDIDOS**

Tatiana Gesteira Martins de Almeida

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas

ORIENTADOR: João Bento de Hanai

São Carlos
2001

Dedico esta conquista a meus pais, Sergio e Vânia, exemplos de vida, pelo apoio e carinho sempre dedicados.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por caminhar ao meu lado, sendo sempre meu porto seguro.

Ao Prof. João Bento de Hanai, pela excelente orientação e pela amizade.

Aos professores Mounir Khalil El Debs e Roberto Chust de Carvalho, pelas contribuições dadas no Exame de Qualificação.

A Amauri Ignácio da Silva, em nome dos técnicos do laboratório de estruturas, e ao engenheiro Luiz Vicente Vareda, pela incansável ajuda durante a execução dos ensaios.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas, em especial a Maria Nadir Minatel e a Rosi Aparecida Jordão Rodrigues.

Ao CNPq, pela bolsa de mestrado concedida e à FAPESP, pelo apoio financeiro indispensável à realização dos ensaios.

À Belgo Mineira, na pessoa do Eng. Eugenio Luiz Cauduro, pela doação das cordoalhas engraxadas utilizadas nos ensaios.

Aos colegas e amigos Andréa Prado Abreu Reis e Adilson Roberto Takeuti pela colaboração durante toda a realização do trabalho, mas especialmente pelo apoio durante a execução do programa experimental.

Às amigas Juliana Lima, Mônica Guarda e Tatiana Dumêt, pelo conforto nos momentos mais difíceis, pelo apoio nas horas de dúvida e pela alegria compartilhada a cada etapa vencida.

A todos os amigos do Departamento de Engenharia de Estruturas, que se não contribuíram diretamente para a realização deste mestrado, ajudaram a criar um agradável ambiente de trabalho do qual nunca esquecerei.

A Ricardo Ferraz, companheiro de todas as horas, pelo amor, apoio e incentivo que a distância física não foi capaz de limitar.

A toda minha família, em especial, a meus avós e meus irmãos, pelo incentivo e carinho dispensados durante esses anos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
RESUMO.....	x
<i>ABSTRACT</i>.....	xi
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. GENERALIDADES E JUSTIFICATIVAS	1
1.2. OBJETIVOS	3
1.3. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	4
2. REFORÇO DE VIGAS MEDIANTE PROTENSÃO	6
2.1. GENERALIDADES	6
2.2. TÉCNICAS UTILIZADAS PARA REFORÇO DE VIGAS	7
2.2.1. Reforço por meio de concreto armado	8
2.2.2. Reforço por meio de chapas metálicas	10
2.2.3. Reforço por meio de mantas de fibras sintéticas	11
2.2.4. Reforço por meio da protensão externa	12
2.3. GEOMETRIA DOS CABOS E TIPOS DE DESVIADORES	16
2.4. OBRAS REALIZADAS	19
2.4.1. Reabilitação de vigas de um edifício garagem	19
2.4.2. Reabilitação da laje de um edifício comercial	21
2.4.3. Reabilitação de pontes em seção caixão	23
2.5. ENSAIOS REALIZADOS.....	24
2.5.1. Ensaio de BRANCO (1993) e ARAÚJO (1997)	24
2.5.2. Ensaio de HARAJLI (1993)	27
2.5.3. Ensaio de TAN & NG (1997)	31
2.5.4. Ensaio de TAN & NG (1998)	34

3. MÉTODOS DE CÁLCULO	37
3.1. GENERALIDADES.....	37
3.2. RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR.....	38
3.2.1. Prescrições do ACI 318 (1999)	39
3.2.2. Prescrições da BS 8110 (1985)	43
3.2.3. Proposta de NAAMAN.....	44
3.2.4. Proposta de HARAJLI.....	56
3.2.5. Método das Forças Radiais Equivalentes.....	61
3.3. RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE.....	63
3.3.1. Prescrições da NBR 6118 (2000)	66
3.3.2. Prescrições do ACI 318 (1999)	68
3.3.3. Aplicação às vigas submetidas à protensão externa	70
3.4. VERIFICAÇÃO DO MODO DE RUÍNA	71
3.4.1. Equacionamento específico.....	71
3.4.2. Equacionamento genérico.....	76
4. ESTUDO EXPERIMENTAL	79
4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	79
4.2. ESQUEMA DOS ENSAIOS.....	81
4.2.1. Dimensões e armadura das vigas.....	82
4.2.2. Caracterização do reforço.....	84
4.2.3. Características dos materiais.....	87
4.2.4. Confeção da viga.....	89
4.2.5. Instrumentação.....	90
4.2.6. Procedimentos dos ensaios.....	92
4.3. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS	93
4.3.1. Descrição da primeira etapa	93
4.3.2. Descrição da segunda etapa	94
4.3.3. Descrição da terceira etapa	96
4.3.4. Comentários sobre a ruína das vigas	97
4.3.5. Apresentação dos gráficos	99

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS	109
5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	109
5.2. COMPARAÇÕES ENTRE AS VIGAS ENSAIADAS	109
5.3. COMPARAÇÕES COM AS VIGAS ENSAIADAS POR REIS (1998)	112
5.4. COMPARAÇÕES COM AS PREVISÕES TEÓRICAS	118
5.4.1. Modo de ruína	118
5.4.2. Forças de ruína e forças nos cabos de protensão na ruína	121
5.4.3. Comportamento das vigas no decorrer do ensaio	124
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	131
6.1. CONCLUSÕES	131
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	142
APÊNDICE I – DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS COEFICIENTES DE REDUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES	
APÊNDICE II – ANÁLISE TEÓRICA PARA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO DAS VIGAS ENSAIADAS	
APÊNDICE III – EXEMPLO DE CÁLCULO	

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Efeito de segunda ordem – redução da excentricidade do cabo.....	15
Figura 2.2 - Geometria dos cabos de protensão.....	17
Figura 2.3 - Exemplo de desviador metálico.....	18
Figura 2.4 - Exemplo de um desviador de concreto numa viga de seção caixão (MALLETT, 1996)	19
Figura 2.5- Desenho esquemático do desviador (AALAMI & SWANSON, 1988).....	21
Figura 2.6 - Desenho esquemático da ancoragem (AALAMI & SWANSON, 1988).....	21
Figura 2.7 - Laje reforçada com cabos protendidos conjugados com uma treliça afastadora (FERREIRA & ROCHA, 1996).....	22
Figura 2.8 - Vista longitudinal e seção transversal das vigas ensaiadas por BRANCO (1993) e ARAÚJO (1997).....	25
Figura 2.9 - Vistas longitudinais e seção transversal das vigas ensaiadas por HARAJLI (1993).....	28
Figura 2.10 - Vistas longitudinais e seção transversal das vigas ensaiadas por TAN & NG (1997).....	32
Figura 2.11 - Vistas longitudinais e seção transversal das vigas ensaiadas por TAN & NG (1998).....	35
Figura 3.1 - Representação esquemática da curva momento x deslocamento transversal (NAAMAN, 1990).....	39
Figura 3.2 - Deformações e tensões hipotéticas numa seção transversal no ELU segundo o ACI-318 (1999).....	40
Figura 3.3 - Características geométricas da seção transversal de uma viga T.....	42
Figura 3.4 - Deformações e tensões hipotéticas numa seção transversal no ELU segundo a BS 8110 (1985).....	43

Figura 3.5 - Idealização da viga fissurada segundo NAAMAN (1990).....	49
Figura 3.6 - Seção transversal da viga e diagrama de tensões da seção fissurada...	50
Figura 3.7 - Distribuição das deformações ao longo da seção de momento máximo.....	53
Figura 3.8 - Distribuição de curvaturas ao longo do vão (HARAJLI & HIJAZI, 1991).....	56
Figura 3.9 - Distribuição de deformações ao longo da seção.....	59
Figura 3.10 - Forças radiais equivalentes - cabo parabólico.....	62
Figura 3.11 - Forças radiais equivalentes - cabo poligonal.....	62
Figura 3.12 - Desenvolvimento da tensão nos estribos (adaptado de FURLAN JR, 1995).....	64
Figura 3.13 - Divisão do esforço cortante último em parcelas (LEONHARDT & MÖNNING, 1977).....	65
Figura 3.14 - Viga submetida a duas forças concentradas - regiões B e D.....	72
Figura 3.15 - Diagrama de corpo livre da região D (modelo específico).....	72
Figura 3.16 - Distribuição da tensão na biela a $(d-c_o)/2$ do topo da viga.....	73
Figura 3.17 - Domínio de segurança e caminho de carga.....	76
Figura 3.18 - Diagrama de corpo livre da região D (modelo generalizado).....	77
Figura 4.1 - Esquema do ensaio.....	81
Figura 4.2 - Montagem do ensaio.....	82
Figura 4.3 - Vista longitudinal e seção transversal das vigas.....	82
Figura 4.4 - Armação da viga VP-1.....	83
Figura 4.5 - Armação da viga VP-2.....	84
Figura 4.6 - Armação da viga VP-3.....	84
Figura 4.7 - Cordoalha engraxada (CAUDURO, 1997)	85
Figura 4.8 - Geometria dos cabos de protensão.....	85
Figura 4.9 - Porta cunha e cunha para ancoragem.....	86
Figura 4.10 - Detalhe dos desviadores.....	86
Figura 4.11 - Fotos dos desviadores e dos suportes.....	86
Figura 4.12 - Detalhe do dispositivo especial para ancoragem (VP-3)	87
Figura 4.13 - Foto do dispositivo especial para ancoragem (VP-3).....	87

Figura 4.14 - Concretagem da viga VP-1.....	90
Figura 4.15 - Detalhe da extremidade da fôrma da viga VP-2.....	90
Figura 4.16 - Instrumentação das vigas – representação esquemática.....	91
Figura 4.17 - Forma dos gráficos força x deslocamento ou força x deformação....	93
Figura 4.18 - Vista superior das fissuras na nervura na região entre desviadores para força de 40kN (viga VP-1).....	94
Figura 4.19 - Detalhe do macaco durante a protensão do primeiro cabo da VP-1..	95
Figura 4.20 - Detalhe da fissuração na ancoragem ativa da viga VP-3.....	95
Figura 4.21 - Detalhe da ancoragem passiva dos cabos.....	96
Figura 4.22 - Detalhe do rompimento das bainhas plásticas	98
Figura 4.23 - Sequência de fotos da viga VP-1 durante o ensaio.....	98
Figura 4.24 - Sequência de fotos da viga VP-2 durante o ensaio.....	98
Figura 4.25 - Sequência de fotos da viga VP-3 durante o ensaio.....	99
Figura 4.26 - Gráficos força x deslocamento vertical no meio do vão.....	101
Figura 4.27 - Gráficos força x deslocamento vertical nos quartos do vão.....	102
Figura 4.28 - Gráficos força x deformação na armadura longitudinal tracionada...	103
Figura 4.29 - Gráficos força x deformação na armadura longitudinal comprimida	104
Figura 4.30 - Gráficos força x deformação no concreto.....	105
Figura 4.31 - Gráficos força x deformação nos estribos.....	106
Figura 4.32 - Gráficos força aplicada x força nos cabos externos.....	107
Figura 4.33 - Gráficos força x variação das tensões na armadura interna e no cabo externo.....	108
Figura 5.1 - Gráfico força x deslocamento vertical - comparação entre as vigas ensaiadas.....	110
Figura 5.2 - Gráfico força x deformação na armadura longitudinal - comparação entre as vigas ensaiadas.....	111
Figura 5.3 - Gráfico força x deformação no concreto - comparação entre as vigas ensaiadas.....	111
Figura 5.4 - Gráfico força x deformação nos estribos - comparação entre as vigas ensaiadas.....	112
Figura 5.5 - Seções transversais das vigas ensaiadas por REIS (1998).....	114

Figura 5.6 - Gráfico força x deslocamento vertical no meio do vão – comparação com REIS (1998)	115
Figura 5.7 - Gráfico força x deformação no concreto - comparação com REIS (1998).....	116
Figura 5.8 - Gráfico força x deformação na armadura tracionada - comparação com REIS (1998).....	117
Figura 5.9 - Gráfico força x deformação nos estribos – comparação com REIS (1998).....	117
Figura 5.10 - Gráficos do domínio de segurança e do caminho de carga.....	120
Figura 5.11 - Gráficos força x deslocamento vertical no meio do vão - comparação com previsões teóricas.....	127
Figura 5.12 - Gráficos força x deformação no concreto - comparação com previsões teóricas.....	128
Figura 5.13 - Gráficos força x deformação na armadura tracionada - comparação com previsões teóricas.....	129
Figura 5.14 - Gráficos força x deformação nos estribos - comparação com previsões teóricas.....	130

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por BRANCO (1993).....	25
Tabela 2.2 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por ARAÚJO (1997).....	26
Tabela 2.3 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por HARAJLI (1993)	29
Tabela 2.4 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por TAN & NG (1997).....	32
Tabela 2.5 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por TAN & NG (1998)	34
Tabela 3.1 - Expressões para o coeficiente de redução das deformações Ω para estágio linear não fissurado.....	46
Tabela 3.2 - Expressões para Ω_c - estágio linear fissurado.....	51
Tabela 4.1 - Características das vigas ensaiadas.....	80
Tabela 4.2 - Características mecânicas do concreto nos dias dos ensaios.....	88
Tabela 4.3 - Características mecânicas dos aços da armadura passiva.....	89
Tabela 4.4 - Características mecânicas dos aços da armadura ativa.....	89
Tabela 4.5 - Forças de protensão e perdas por encunhamento.....	96
Tabela 5.1 - Características dos concretos e das argamassas nos dias dos ensaios.	114
Tabela 5.2 - Valores teóricos e experimentais da força de ruína.....	121
Tabela 5.3 - Relações entre forças de ruína reais e teóricas.....	121
Tabela 5.4 - Valores teóricos e experimentais das forças nos cabos na ruína.....	123
Tabela 5.5 - Relações entre forças nos cabos reais e teóricas na ruína.....	123

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas minúsculas

- a - Distância do eixo do apoio ao ponto de aplicação da força
- b_f - Largura colaborante da mesa de uma viga
- b_w - Largura da alma de uma viga
- d - Altura útil em relação ao centróide das armaduras longitudinais tracionadas
- d_s - Altura útil em relação à armadura longitudinal passiva tracionada
- d_s' - Distância do eixo da armadura de compressão à face mais próxima do elemento
- d_p - Altura útil em relação à armadura protendida
- e_p - Excentricidade do cabo de protensão em relação ao baricentro da seção de concreto, na direção vertical
- e_{pa} - Excentricidade do cabo de protensão no apoio, na direção vertical
- e_{ph} - Excentricidade do cabo de protensão no apoio, na direção horizontal
- e_{pm} - Excentricidade do cabo de protensão no meio do vão, na direção vertical
- f_c - Resistência à compressão do concreto
- f_{cd} - Resistência à compressão do concreto de cálculo
- f_{ck} - Resistência à compressão do concreto característica
- f_{ctk} - Resistência à tração do concreto característica
- $f_{ctk,inf}$ - Resistência à tração do concreto característica inferior
- f_{ctm} - Resistência média do concreto à tração direta
- $f_{ctm,fl}$ - Resistência média do concreto à tração na flexão
- $f_{ct,sp}$ - Resistência do concreto à tração indireta
- f_{cu} - Resistência à compressão do corpo-de-prova cúbico de concreto
- f_{pu} - Resistência última à tração do aço da armadura ativa
- f_{py} - Resistência ao escoamento do aço da armadura ativa
- f_y - Resistência ao escoamento do aço da armadura passiva tracionada
- f_y' - Resistência ao escoamento do aço da armadura passiva comprimida
- f_{ywd} - Resistência ao escoamento de cálculo da armadura transversal

- h - Altura da seção transversal da peça
- h_f - Altura da mesa da seção transversal da peça
- ℓ - Vão
- ℓ_a - Distância entre ancoragens
- ℓ_p - Comprimento equivalente da região plastificada
- r - Raio de giração da seção de concreto
- v_{1F} - Flecha no meio do vão devida ao carregamento externo
- v_{2F} - Flecha a $\ell/4$ dos apoios devida ao carregamento externo
- v_{1P} - Flecha no meio do vão devida à protensão
- v_{2P} - Flecha a $\ell/4$ dos apoios devida à protensão
- x - Altura da linha neutra
- x_I - Altura da linha neutra no estádio I
- x_{II} - Altura da linha neutra no estádio II
- x_e - Altura da linha neutra determinada pela fórmula de Branson
- x_{pI} - Altura da linha neutra no estádio I, considerando a armadura ativa
- y_c - Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais comprimida pelo carregamento externo
- y_t - Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
- y - Altura do diagrama retangular das tensões de compressão no concreto
- Distância do centro de gravidade a um ponto qualquer da seção

Letras romanas maiúsculas

- A_c - Área da seção transversal de concreto
- A_p - Área da seção transversal da armadura protendida
- A_s - Área da seção transversal da armadura longitudinal de tração
- A_s' - Área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão
- C - Força de compressão na biela
- C_o - Força de compressão no banzo
- E_c - Módulo de elasticidade inicial do concreto
- E_{cs} - Módulo de elasticidade secante do concreto
- E_p - Módulo de elasticidade do aço da armadura ativa
- E_s - Módulo de elasticidade do aço da armadura passiva tracionada
- E_s' - Módulo de elasticidade do aço da armadura passiva comprimida

- F - Força externa aplicada (carregamento)
 I - Momento de inércia da seção transversal
 I_I, I_g - Momento de inércia da seção transversal não fissurada (estádio I)
 I_{II}, I_{cr} - Momento de inércia da seção transversal fissurada (estádio II)
 I_e - Momento de inércia da seção transversal determinada pela fórmula de Branson
 I_{pI} - Momento de inércia da seção transversal no estágio I, considerando a armadura ativa
 I_y - Momento de inércia da seção transversal em torno do eixo vertical
 M_a - Momento fletor na seção crítica do vão considerado
 M_D - Momento fletor na seção crítica do vão considerado, devido às cargas permanentes
 M_n - Momento fletor resistente
 M_o - Valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão, provocada pela força de protensão, na borda da seção tracionada por M_a
 M_r - Momento de fissuração
 M_{r2} - Momento correspondente à reabertura de fissuras
 P - Força de protensão
 P_{\neq} - Força de protensão após perdas
 T, T_o - Força de tração no banzo inferior
 T_s - Força de tração no montante
 V - Força cortante
 V_c - Parcela da força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo de treliça
 V_{co} - Valor de referência de V_c Quando $\theta = 45^\circ$
 V_{c1} - Valor de referência de V_c Quando $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$
 V_{ci} - Resistência do concreto correspondente à fissuração por cisalhamento-flexão
 V_{cw} - Resistência do concreto correspondente à formação das fissuras de alma
 V_d - Força cortante de cálculo
 V_{Rd2} - Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
 V_{Rd3} - $V_c + V_{sw} =$ Força cortante resistente de cálculo
 V_{sw} - Parcela da força cortante resistida pela armadura transversal
 V_{sd} - Força cortante solicitante de cálculo

Letras gregas minúsculas

- α - Ângulo de desvio dos cabos de protensão
- α_e - Relação entre os módulos de elasticidade do aço da armadura passiva e do concreto
- α_p - Relação entre os módulos de elasticidade do aço da armadura ativa e do concreto
- β_1 - Fator de redução da altura do diagrama das tensões de compressão no concreto, na flexão
- ε_c - Deformação específica do concreto
- ε_{cc} - Deformação específica do concreto na borda mais comprimida pelo carregamento externo
- ε_{cu} - Deformação específica última de compressão do concreto
- $\varepsilon_{c\cancel{y}}$ - Deformação específica de pré-compressão do concreto no nível da armadura protendida
- ε_p - Deformação específica da armadura ativa
- $\varepsilon_{p\cancel{y}}$ - Deformação específica da armadura ativa, após perdas
- ε_s - Deformação específica da armadura passiva longitudinal de tração
- ε_s' - Deformação específica da armadura passiva longitudinal de compressão
- ε_{sw} - Deformação específica da armadura transversal
- ρ - Taxa geométrica da armadura longitudinal de tração
- ρ_p - Taxa geométrica da armadura longitudinal de protensão
- ρ_{sw} - Taxa geométrica da armadura transversal
- σ_{cc} - Tensão normal no concreto na borda mais comprimida pelo carregamento externo
- σ_p - Tensão normal na armadura ativa
- $\sigma_{p\cancel{y}}$ - Tensão normal na armadura ativa após perdas de protensão
- σ_s - Tensão normal na armadura passiva longitudinal de tração
- σ_s' - Tensão normal na armadura passiva longitudinal de compressão
- Ω - Coeficiente de redução das deformações para a fase elástica linear antes da fissuração
- Ω_c - Coeficiente de redução das deformações para a fase elástica linear após a fissuração
- Ω_u - Coeficiente de redução das deformações para o Estado Limite Último

RESUMO

ALMEIDA, T.G.M. (2001). *Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos*. São Carlos, 142p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

As patologias apresentadas por algumas estruturas e a necessidade de aumento da capacidade de carga de outras fizeram com que diversas técnicas fossem desenvolvidas para o reforço de vigas de concreto armado. Uma delas é a incorporação e protensão de cabos externos. O grande diferencial desta técnica quando comparada às demais é o seu caráter ativo. Ou seja, por meio da protensão é possível aplicar forças de forma a diminuir o nível de tensões atuantes sobre a estrutura. Neste trabalho, é apresentado um amplo estado-da-arte sobre este tipo de reforço. São descritas algumas obras realizadas com esta técnica e relatados e analisados alguns ensaios em vigas protendidas com cabos externos. Diversos métodos de cálculo de vigas protendidas com cabos não aderentes são apresentados. É mostrado, também, um procedimento para previsão da forma de ruína de vigas protendidas com cabos externos. Foi feito um estudo experimental, ensaiando-se 3 vigas de concreto armado reforçadas por meio da protensão de cordoalhas engraxadas. Os resultados dos ensaios são analisados e comparados com previsões teóricas feitas a partir dos métodos de cálculo estudados e com resultados de ensaios em vigas reforçadas com outras técnicas. Do estudo realizado, foi possível comprovar os benefícios da protensão não só no que se refere à resistência ao momento fletor, mas também ao esforço cortante.

Palavras-chave: concreto armado, vigas, protensão externa, cabos não aderentes, reforço, reabilitação.

ABSTRACT

ALMEIDA, T.G.M. (2001). *Strengthening of reinforced concrete beams by external prestressed tendons*. São Carlos, 142p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Many techniques for concrete beams strengthening have been developed along the years. Among them, prestressing of external tendons, which presents a major difference when compared to the others: controlled forces can be applied to reduce undesirable stresses in the structure. This work presents a state-of-the-art review on this technique. Some methods proposed to estimate the flexural capacity of beams prestressed with unbonded tendons are reviewed. It is also shown a procedure to predict the failure mode of the beams. Three reinforced concrete beams were strengthened by prestressing of external strands and tested. Results are analyzed and compared with both theoretical predictions and other test results of beams strengthened by alternative techniques. From the research, the benefits of prestressing on improving the flexural capacity and the shear strength of reinforced concrete beams could be confirmed.

Keywords: reinforced concrete, beams, external prestressing, unbonded tendons, strengthening, rehabilitation.

1 INTRODUÇÃO

1.1. GENERALIDADES E JUSTIFICATIVAS

O desenvolvimento tecnológico na construção civil vem sendo acompanhado de uma mudança na forma de pensar dos engenheiros. Diante de problemas apresentados em diversas construções, questões como durabilidade e manutenção das estruturas estão ganhando cada vez mais importância ao lado da estabilidade estrutural. Dentro deste contexto, cresce também em importância o estudo das patologias e das técnicas de recuperação e reforço das estruturas.

Este novo campo da Engenharia, a *Patologia das Estruturas*, estuda as origens, as formas de manifestação, as consequências e os mecanismos de ocorrência das falhas e dos sistemas de degradação das estruturas (SOUZA & RIPPER, 1998). A *Terapia das Estruturas*, ou seja, a correção dos problemas patológicos, envolve tanto a *recuperação* como o *reforço* estrutural. É importante deixar claro a diferença entre estes dois termos. Por *recuperação* entende-se a correção de problemas patológicos de forma a restituir total ou parcialmente o desempenho original da peça. Já o *reforço* engloba necessariamente o aumento da resistência ou a ampliação da capacidade portante da estrutura (REIS, 1998). De uma maneira mais ampla, pode-se utilizar o termo *reabilitação*, que incorpora tanto a *recuperação* como o *reforço*.

Quando uma construção não é mais capaz de atender de maneira adequada às suas funções, é necessário reabilitá-la, ou seja, torná-la apta de novo a satisfazer com segurança à demanda da sociedade. São muitas as origens das manifestações patológicas que levam à necessidade de reabilitação como, por exemplo, falhas de

projeto ou de execução, falta de manutenção das estruturas e danificação por causa de acidentes. Além disso, a necessidade de reforço estrutural pode surgir de alterações no uso previsto para a edificação que gerem aumento do carregamento atuante ou mudanças no sistema estrutural.

A partir do estudo das manifestações patológicas é possível, na maioria das vezes, identificar a origem dos problemas de forma a definir uma estratégia para a reabilitação estrutural. São muitas as técnicas desenvolvidas para a recuperação e o reforço das estruturas de concreto armado. Em se tratando de vigas, objeto de estudo deste trabalho, destacam-se: a adição de armadura longitudinal e concreto no bordo inferior do elemento, a colagem e/ou o chumbamento de perfis ou chapas metálicas, a colagem de mantas de fibras sintéticas e a protensão externa. Cada um destes métodos possui suas vantagens e desvantagens, devendo-se, em cada situação, escolher o método que resulte na melhor relação custo x benefício.

Reforçar uma viga por meio da protensão externa consiste em se protender cordoalhas, fios ou barras que, após ancorados, transmitam à viga os esforços que se deseja. Para conseguir o efeito desejado, pode-se variar a posição dos cabos ao longo do vão, o que é feito por meio de elementos chamados *desviadores*. A posição de ancoragem dos cabos também pode ser variada. Os cabos de protensão podem ficar ancorados nos pilares de apoio das vigas, nas lajes ou até mesmo nas extremidades das vigas. Projeto e detalhes construtivos adequados para desviadores e ancoragens são muito importantes para o bom desempenho do reforço.

Em relação ao dimensionamento, a protensão aplicada para o reforço de estruturas apresenta algumas singularidades quando comparada à sua aplicação na construção de novos elementos, justamente por se tratar de uma estrutura já em utilização, fissurada, que já sofreu grande parcela das deformações permanentes. Além disso, a protensão externa com cabos não aderentes apresenta também algumas diferenças em relação aos sistemas convencionais. A ausência de aderência faz com que a deformação no cabo não seja igual à deformação do concreto na altura do cabo na seção considerada, como ocorre com as armaduras aderentes.

Diversos trabalhos de pesquisa vêm sendo desenvolvidos na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP) acerca da reabilitação de estruturas de concreto e alvenaria. Estão sendo estudadas técnicas de

reforço utilizadas na prática e desenvolvidas novas técnicas que possam vir a ser usadas para a recuperação e o reforço de vigas, lajes, pilares ou paredes. Dentro deste contexto, este trabalho se dedica ao estudo de vigas de concreto armado reforçadas por meio de cabos externos protendidos.

São poucos os trabalhos realizados sobre o uso da protensão para a reabilitação de estruturas, havendo, portanto, uma lacuna a ser preenchida por estudos científicos nesta área. É importante se conhecer os benefícios da utilização desta técnica de reforço, bem como os problemas encontrados para sua aplicação. Apesar de existirem várias obras de reforço executadas com esta técnica, é ainda necessário desenvolver métodos para o dimensionamento da protensão externa que se incorporem ao conhecimento empírico existente e norteiem a aplicação da protensão para reabilitação das estruturas de concreto.

1.2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é analisar o uso da protensão externa como técnica de reforço de vigas de concreto armado, apontando os benefícios na sua utilização e levantando aspectos importantes com relação a detalhes construtivos e ao dimensionamento. Para que este objetivo seja atingido, é necessário estabelecer algumas metas mais específicas. Portanto, pretende-se com este trabalho:

- Reunir informações a partir da bibliografia existente e de aplicações práticas a respeito do uso da protensão para o reforço de estruturas, elaborando-se um amplo estado-da-arte sobre o assunto;
- Estudar os métodos de dimensionamento de elementos fletidos submetidos à protensão externa;
- Estudar o comportamento de vigas de concreto armado reabilitadas com elementos externos protendidos por meio de simulações experimentais;
- Comparar os resultados obtidos experimentalmente com previsões teóricas feitas a partir dos métodos de cálculo estudados e com resultados de ensaios realizados por REIS (1998) em vigas reforçadas por meio de outras técnicas;
- Estabelecer parâmetros que norteiem o projeto e a execução do reforço de vigas de concreto armado com cabos externos protendidos.

1.3. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

O corpo principal deste trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo este capítulo introdutório. Além disso, são apresentadas em três apêndices, informações complementares que ajudam na compreensão dos métodos de cálculo estudados.

O *Capítulo 2* contém a primeira parte da revisão bibliográfica. Inicialmente, são comentados alguns aspectos relevantes das principais técnicas de reforço de vigas de concreto armado. Aprofundando-se no estudo da protensão externa, são apresentadas algumas formas típicas para os cabos externos e alguns tipos de desviadores usados na prática. Em seguida, descreve-se as características principais de algumas obras de reforço que utilizaram a protensão externa. Por fim, são descritos e analisados alguns trabalhos experimentais de vigas protendidas com cabos externos realizados por outros pesquisadores.

O *Capítulo 3* contém a segunda parte da revisão bibliográfica. Neste capítulo, são apresentados alguns métodos propostos em normas e por alguns pesquisadores para o dimensionamento à flexão de vigas submetidas à protensão com cabos não aderentes. É apresentado também, um método para prever o comportamento em serviço das vigas. Em seguida, são apresentadas formulações constantes em normas para dimensionar vigas protendidas ao esforço cortante, levantando-se a possibilidade de utilização destes procedimentos nas vigas reforçadas por meio da protensão externa. Por fim, é apresentado um método para previsão da forma de ruína das vigas reforçadas. Todos os métodos e procedimentos estudados neste capítulo são usados para prever o comportamento das vigas ensaiadas.

No *Capítulo 4*, é descrito todo o estudo experimental, apresentando-se as características das três vigas ensaiadas, os equipamentos e instrumentos de medição utilizados nos ensaios e as características dos materiais utilizados para a confecção das vigas. Ainda neste capítulo, são descritas as três etapas de realização dos ensaios e mostrados por meio de gráficos e comentados os resultados obtidos.

Os resultados encontrados nos ensaios são analisados no *Capítulo 5*. Esta análise é feita de três maneiras. Primeiramente, os resultados obtidos para as vigas são comparados entre si, por meio de gráficos que contêm as informações das três vigas simultaneamente. Em seguida, é feita uma comparação com os resultados obtidos nos ensaios realizados por REIS (1998) em vigas reforçadas por meio de

outras técnicas. Por fim, os resultados obtidos nos ensaios são comparados com as previsões teóricas feitas para o modo de ruína, para a força de ruína, para a força no cabo de protensão na ruína e para o comportamento da viga durante o ensaio. Esta última comparação foi feita a partir de gráficos que contêm simultaneamente os resultados experimentais e as previsões teóricas.

No *Capítulo 6*, são apresentadas as conclusões obtidas no trabalho e as sugestões para trabalhos futuros dentro da mesma linha de pesquisa.

O *Apêndice I* contém as deduções de duas equações utilizadas em um dos métodos de cálculo, uma vez que se optou por não incorporá-las ao longo do texto. No *Apêndice II*, são detalhadas as equações utilizadas para prever o comportamento das vigas durante os ensaios. No *Apêndice III*, é mostrado um exemplo de cálculo de uma das vigas ensaiadas.

2

REFORÇO DE VIGAS MEDIANTE PROTENSÃO

2.1. GENERALIDADES

Quando uma estrutura não tem mais capacidade de resistir aos esforços a que está sendo submetida ou quando não tem capacidade de suportar forças adicionais que precisam ser aplicadas é necessário reabilitá-la. Neste caso, a reabilitação deve ser projetada de forma que o acréscimo de tensões gerado seja resistido pelo sistema estrutura existente + reforço. O reforço pode ser idealizado pela associação de outros materiais ou elementos resistentes à estrutura original como barras de aço adicionais, concreto, chapas metálicas ou mantas de fibras sintéticas.

Além da incorporação de novos materiais e elementos resistentes à estrutura original, como exemplificado acima, pode-se tentar diminuir o nível de tensões imposto à estrutura, aplicando-se permanentemente forças que se contraponham ao acréscimo de tensões gerado. Isto pode ser conseguido na prática por meio da incorporação e protensão de cabos externos.

Neste capítulo serão comentadas algumas características importantes das técnicas de reforço citadas acima, procurando-se apontar algumas vantagens e desvantagens de cada uma. Aprofundando-se no estudo da protensão externa, serão apresentadas algumas peculiaridades desta técnica de reforço como as formas dos cabos e os tipos de desviadores. Por fim, serão apresentados alguns exemplos de obras de reforço de vigas e lajes realizadas por meio da protensão externa e alguns ensaios de vigas protendidas com cabos externos.

2.2. TÉCNICAS UTILIZADAS PARA REFORÇO DE VIGAS

Independentemente da causa que leve à necessidade de reabilitação de uma viga de concreto armado, pode-se distinguir dois tipos de reforço: o reforço ao momento fletor e o reforço ao esforço cortante. Para cada caso, já existem técnicas desenvolvidas e de eficiência garantida e outras mais novas que ainda necessitam ser mais profundamente estudadas. No caso da flexão, a necessidade de reabilitação pode surgir por insuficiência da armadura de tração ou por deficiência de mecanismos resistentes à compressão, quer seja pela baixa resistência do concreto ou por insuficiência de armadura na zona comprimida. No caso do esforço cortante, a menos que se esteja tratando de vigas com almas muito estreitas, é mais comum que o problema ocorra por deficiência dos estribos.

Antes de se definir a técnica que será utilizada para a reabilitação, é fundamental levantar as causas que levaram à necessidade de reforço, de forma a garantir a vida útil da estrutura após a sua reabilitação. Além disso, é importante avaliar cuidadosamente a resistência residual da estrutura para que o reforço possa ser dimensionado com segurança. Deve-se analisar também a influência do reforço que se está executando em um elemento nos demais componentes da estrutura. Ao se enrijecer uma viga, por exemplo, pode-se estar desviando mais cargas para ela, o que pode mudar as reações nos pilares, vindo até a comprometê-los.

Outro aspecto que deve ser estudado com atenção é a forma de execução do reforço. A escolha de uma técnica adequada não será eficiente se o que foi planejado não for executado adequadamente. É de suma importância assegurar-se que as cargas serão transferidas aos novos elementos resistentes, devendo-se, para isto, garantir a união do substrato aos elementos de reforço. Além disso, muitas vezes é necessário descarregar parcialmente a estrutura antes da execução da reabilitação para que se diminua o nível de solicitações na estrutura original.

Todas as recomendações levantadas acima são gerais, ou seja, independem da técnica de reforço escolhida. Cada técnica possui suas vantagens e desvantagens, devendo-se avaliá-las de forma a escolher aquela que represente a melhor relação custo benefício e possa ser executada dentro do prazo requerido. A seguir serão

comentados alguns aspectos importantes das técnicas mais utilizadas na prática, cuja eficiência já foi comprovada. Não se pretende aqui apresentar detalhadamente as formas de execução nem os procedimentos de cálculo. Serão destacados apenas alguns aspectos importantes que devem ser considerados. Maiores detalhes podem ser encontrados em CÁNOVAS (1988), HELENE (1992) e SOUZA & RIPPER (1998).

2.2.1. Reforço por meio de concreto armado

Talvez esta seja uma das primeiras formas de se pensar no reforço de estruturas de concreto armado: a incorporação de mais barras de aço e de concreto, quer seja para o reforço ao momento fletor, quer seja para o reforço ao esforço cortante.

No caso do momento fletor existem algumas maneiras de se executar o reforço. Uma delas é retirar o concreto da parte inferior da viga até descobrir os estribos, posicionar novas barras longitudinais e soldar complementos ao estribo original. Em seguida, colocam-se fôrmas para que se possa proceder a concretagem. Desta maneira, se está aumentando significativamente a altura da viga, o que nem sempre é possível. Uma outra maneira, é abrir sulcos na parte inferior da viga e inserir novas barras de aço ao lado das originais. É um serviço bastante trabalhoso devido à presença dos estribos, devendo-se tomar cuidado com o espaçamento entre as barras longitudinais.

No caso do esforço cortante, uma das maneiras de se aumentar a taxa de armadura transversal é abrir sulcos nas laterais das vigas entre os estribos existentes e incorporar novos estribos. Os vazios são preenchidos com uma argamassa apropriada.

Além das maneiras exemplificadas acima, existem muitas outras formas de se executar reforços de vigas com concreto armado que podem ser aplicadas a depender da situação que se tenha na prática. O que é importante destacar aqui é que para se obter eficiência da reabilitação é imprescindível garantir a união do concreto antigo ao concreto ou argamassa de reforço. Para isso é importante tratar a superfície do substrato garantindo a rugosidade necessária para que se tenha uma boa aderência. Complementarmente, podem ser utilizados adesivos epóxi. No caso do preenchimento de vazios, deve-se tomar cuidado com a retração do concreto ou

argamassa, sendo preferível utilizar argamassas epóxi ou argamassas ligeiramente expansivas.

É importante destacar que o concreto é o responsável por manter um ambiente alcalino que protege o aço contra a corrosão, e no reforço isto não é diferente. Deve-se, portanto, garantir o cobrimento e a qualidade do concreto para que a armadura esteja protegida. Além disso, é importante destacar que a armadura adicional é um empecilho a mais para o adensamento do concreto, que deve ser feito procurando-se não deixar vazios. Deve-se tomar bastante cuidado com a ancoragem das barras nas extremidades das vigas e com as emendas das mesmas, quando for o caso. É importante se proceder a cura do concreto quer seja por via úmida, quer seja utilizando-se produtos químicos especiais.

A viga deve estar devidamente escorada durante a execução do reforço, só podendo entrar em carga quando o concreto e/ou argamassa utilizados na reabilitação tenham atingido a resistência requerida. Sempre que possível deve-se diminuir o nível de solicitações imposto à estrutura antes da execução do reforço. Como este alívio de cargas nunca é total, é imprescindível se considerar nos cálculos que a armadura original normalmente está sob uma tensão inicial, o que não ocorre com a armadura adicionada. Além disso, no caso do reforço ao momento fletor, é importante considerar a diferença entre as alturas dos centros de gravidade das armaduras. Em qualquer caso, os coeficientes de segurança utilizados nos cálculos devem ser cuidadosamente estabelecidos.

As principais vantagens do reforço por meio de concreto armado são o amplo conhecimento dos materiais e das técnicas a utilizar, o menor custo quando comparado a outras técnicas de reforço e a rapidez na execução. Como desvantagens pode-se citar o aumento das dimensões finais das vigas, o tempo necessário para que o concreto adquira resistência e a necessidade de fôrmas, muitas vezes complicadas, para a concretagem.

No caso de estruturas planas ou de grandes extensões, pode ser utilizado o concreto projetado, o que diminui a necessidade de fôrmas, mas exige mão-de-obra especializada e equipamentos especiais.

2.2.2. Reforço por meio de chapas metálicas

Quando não se pode alterar significativamente a seção transversal das vigas ou quando se necessita que o reforço entre logo em operação, uma das técnicas que podem ser utilizadas é a colagem de chapas metálicas. Aliás, estas podem ser destacadas como as grandes vantagens desta técnica de reforço quando comparada à adição de barras de aço e concreto. As chapas podem ser adicionadas tanto para aumentar ou restaurar a resistência ao momento fletor como a resistência ao esforço cortante. REIS (1998) cita como vantagens da utilização desta técnica a rapidez na execução, a não utilização de materiais molhados ou úmidos, a ausência de vibração, o baixo nível de ruídos, a não necessidade de instalações auxiliares importantes e a pouca interferência no uso da estrutura durante a execução da reabilitação.

Como desvantagem, pode-se citar que as chapas e as resinas possuem baixa resistência a altas temperaturas, o que pode comprometer a segurança estrutural em alguns casos específicos. Além disso, as chapas coladas nas vigas impedem a visualização de fissuras, não chamando a atenção para uma situação próxima a um Estado Limite, caso ocorra. Por fim, vale ressaltar que as resinas epóxi não podem ser utilizadas na presença de umidade (REIS, 1998).

Assim como no caso anterior, é preciso tratar adequadamente a superfície do substrato, promovendo uma rugosidade que melhore a aderência do substrato ao metal de reforço. É importante corrigir quaisquer irregularidades na superfície do concreto na qual será colada a chapa como, por exemplo, rebarbas ou saliências deixadas pelas formas. A superfície de concreto deve estar plana.

As chapas metálicas a serem aderidas ao concreto também devem ser tratadas com jato de areia ou lixadas de forma a se conseguir a rugosidade necessária para que se promova uma boa aderência metal-substrato. Além disso, devem estar isentas de gordura, o que pode ser feito limpando-as com acetona ou tricloroetileno. Se esta limpeza não for feita imediatamente antes da fixação da chapa, é importante proteger a superfície a ser colada.

Existem algumas formas para execução deste tipo de reforço podendo-se, por exemplo, fixar o perfil ou chapa metálica com chumbadores e posteriormente injetar a resina que unirá os dois materiais. Pode-se também não utilizar os chumbadores, aplicando a resina e pressionando uniformemente a chapa contra o substrato até que a

resina endureça. O tempo para endurecimento da resina varia com o tipo de material empregado e com a temperatura ambiente, devendo-se permanecer com a pressão sobre a chapa por no mínimo 24 horas.

Um dos problemas apresentados por este tipo de reforço é a ancoragem das chapas coladas na face inferior das vigas para reforço à flexão. A tensão tangencial nesta região é grande e o concreto, elemento mais fraco da ligação, pode não resistir à tração, havendo um destacamento na extremidade. Para evitar este tipo perigoso de ruptura, podem ser utilizadas chapas transversais nas laterais das vigas soldadas às chapas longitudinais, aumentando, assim, a área para transferência de esforços na região da ancoragem. A utilização de chumbadores nas extremidades da chapa também favorece a ancoragem. Recomenda-se que a viga só seja colocada em carga no mínimo sete dias após a execução do reforço.

2.2.3. Reforço por meio de mantas de fibras sintéticas

As mantas de fibras sintéticas são compósitos artificiais, assim como o concreto. Compósitos são produtos constituídos por dois ou mais materiais diferentes, claramente identificáveis, que possuem em conjunto propriedades superiores às de cada material isoladamente. No caso das mantas de fibras sintéticas, estes materiais são as fibras e as resinas. Na construção civil, são utilizadas fibras de carbono, de vidro e de aramida (*kevlar*). Dentre elas, as fibras de carbono são as mais utilizadas devido às características que apresentam: alto módulo de elasticidade, baixo coeficiente de expansão térmica (aproximadamente 50 vezes menor que o do aço) e excelente resistência à fadiga e a ataques químicos. Utilizam-se mais frequentemente as resinas epóxi, sendo que, nos casos em que as mantas exercem função confinante, devem-se usar resinas de poliuretano.

O reforço por meio de mantas de fibras sintéticas apresenta algumas vantagens quando comparado a outras técnicas, principalmente à colagem de chapas metálicas: as mantas são leves e de fácil aplicação e não são susceptíveis à corrosão. Podem ser utilizadas para o reforço à flexão de vigas e lajes, para o reforço de vigas ao esforço cortante e para o reforço de pilares por meio de confinamento, além de outros elementos como paredes, silos e tanques.

No caso das vigas, a execução do reforço é composta de duas etapas: a preparação do substrato e a colagem da manta. Segundo SOUZA & RIPPER (1998), o concreto do substrato deve estar livre de imperfeições geométricas como rebarbas ou saliências e as fissuras devem ser tratadas. A camada superficial de nata de cimento deve ser retirada, o que pode ser feito com um esmeril. Não é necessário apicoar a superfície. As arestas das vigas devem ser arredondadas. Os autores recomendam um raio mínimo de 30mm para este arredondamento.

Para a colagem da manta, deve-se, inicialmente, aplicar o *primer* de forma a melhorar as características do concreto da superfície, favorecendo a adesão do compósito. Aproximadamente uma hora após a aplicação do *primer*, devem ser aplicadas a resina de colagem (*undercoating*), a manta de fibra sintética e a camada final de resina de recobrimento (*overcoating*). Caso se deseje aplicar outras camadas, isto pode ser feito imediatamente após aplicação da camada anterior. No entanto, pode-se diferir a aplicação das sucessivas camadas em até uma semana, devendo-se, para isto, aplicar uma nova camada de resina fresca (*undercoating*). Segundo SOUZA & RIPPER (1998) já foi validada por ensaios a utilização de até dez camadas de mantas de fibras sintéticas. Eles recomendam, entretanto, que sempre que este número for superior a seis sejam feitos ensaios específicos.

Após a colagem das mantas deve-se dar acabamento à superfície utilizando argamassas de alto desempenho. Esta argamassa tem também a função de melhorar o comportamento do sistema em relação à resistência ao fogo.

O dimensionamento à flexão deste tipo de reforço pode ser feito de maneira semelhante ao que se faz no reforço por meio da colagem de chapas metálicas, desde que se considerem as características particulares de cada material e os coeficientes de segurança adequados. A deformação específica das mantas deverá ficar limitada a um máximo entre 4‰ e 8‰. No caso do esforço cortante, o dimensionamento pode ser feito somando-se as parcelas resistentes do concreto, dos estribos e das mantas.

2.2.4. Reforço por meio da protensão externa

O grande diferencial da protensão quando comparada a outras técnicas de reforço é seu caráter ativo. Não é necessário que a viga se deforme para que o reforço comece a atuar sobre ela. São diversas as causas que podem levar à possibilidade de

reabilitação de uma viga ou laje por meio da protensão, destacando-se a sua deterioração ao longo do tempo ou por causa de acidentes, falhas de projeto ou de construção, e alterações no uso da estrutura.

Desde 1950 a protensão externa vem sendo largamente utilizada para o reforço de vigas de pontes de diversos tipos: de concreto armado, de concreto protendido, de aço e mistas. A aplicação da protensão melhora o comportamento em serviço e aumenta a capacidade portante das vigas. Em menor escala, contribui também para resistência ao cisalhamento. O aumento de rigidez proporcionado pela protensão, decorrente do melhor controle da fissuração do concreto, pode reduzir as flechas e a vibração das pontes, bem como reduzir a variação de tensões aumentando a resistência à fadiga.

DALY (1998) levanta as seguintes vantagens da aplicação da protensão externa para o reforço de pontes:

- É mais barato do que outros métodos que exigem reconstrução do tabuleiro da ponte;
- O equipamento necessário é leve e de fácil operação, principalmente se for utilizado o sistema monocordoalha;
- Pode-se aumentar a resistência à flexão e ao esforço cortante sem aumentar significativamente o peso próprio das vigas;
- A excentricidade dos cabos pode ser aumentada, fixando-os por meio de desviadores na face inferior da viga;
- As perdas por atrito dos cabos externos são menores do que as dos cabos internos;
- Os cabos podem ser facilmente inspecionados, re-protendidos e até substituídos;
- O reforço, em muitos casos, pode ser feito sem interrupção do tráfego.

Entretanto, alguns aspectos listados por DALY (1998) devem ser observados e serão comentados a seguir. É necessário avaliar o estado de tensões a que está submetido o concreto para que o acréscimo de força axial não cause sua ruptura. Isto pode ser importante, principalmente, se o concreto for de baixa resistência ou estiver deteriorado. Os cabos externos estão mais susceptíveis à corrosão, sendo essencial provê-los de uma proteção eficiente. Além disso, estão mais susceptíveis também à

ação do fogo, ao impacto e a atos de vandalismo. O detalhamento dos desviadores e das ancoragens deve levar em conta a concentração de tensões nestes pontos. Finalmente, quando os cabos forem fixados à face inferior da viga, deve-se certificar que a diminuição da altura livre sob a ponte não cause problemas.

Outro aspecto importante que deve ser considerado, é que o aumento da resistência à flexão e ao esforço cortante vem acompanhado de uma redução da ductilidade das vigas. Isto se deve ao fato de que a ruína se dá por ruptura do concreto e geralmente sem que os cabos de protensão entrem em escoamento. No entanto, alguns ensaios têm mostrado que as vigas protendidas com cabos externos se deformam sensivelmente antes de atingir a ruína.

Em geral, admite-se que as vigas protendidas com cabos externos podem ser analisadas como vigas protendidas com cabos não aderentes internos. Porém, uma diferença básica entre esses dois sistemas deve ser observada: nas vigas com cabos externos os cabos não acompanham a deflexão da viga em todos os pontos, havendo uma variação da excentricidade do cabo. Este deslocamento relativo entre o cabo e o eixo da viga nada mais é do que um efeito de segunda ordem (Figura 2.1). Se a viga for protendida com cabos retos e sem desviadores ao longo do vão, esta variação é teoricamente igual à flecha da viga.

Tentando-se eliminar uma das desvantagens oferecidas pela protensão externa, podem ser utilizadas as cordoalhas engraxadas e plastificadas que já possuem proteção contra a corrosão. Estas cordoalhas são de fácil manuseio e possuem baixo coeficiente de atrito devido à presença da graxa ($\mu \cong 0,07$), possibilitando que a protensão seja aplicada por apenas uma das extremidades do cabo. Os macacos hidráulicos utilizados são leves e de fácil operação, simplificando a execução da protensão, o que é essencial no reforço de estruturas nas quais se deseja uma execução rápida e sem interrupção do uso da construção.

Vale a pena destacar que, além dos cabos de aço, podem ser utilizados também cabos constituídos por fibras sintéticas embebidos em uma matriz polimérica. Destacam-se as fibras de carbono, de aramida (*kevlar*) e de vidro. No Brasil, estão sendo realizados alguns estudos com os cabos conhecidos comercialmente como *Parafil*, constituídos de fibras de *kevlar*, na Pontifícia Universidade Católica (PUC) do Rio de Janeiro (ARAÚJO, 1997; BRANCO, 1993). “A combinação de

propriedades tais como alta resistência à tração (1950MPa), alto módulo de elasticidade (126000 MPa), baixo peso específico e excelente resistência à corrosão tornam esses cabos ideais para uso como cabos de protensão.” (ARAÚJO, 1997)

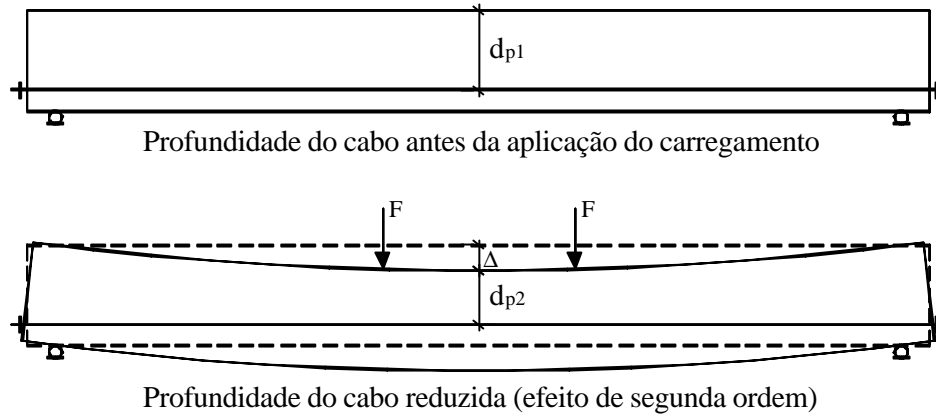


Figura 2.1 - Efeito de segunda ordem – redução da excentricidade do cabo

Além dos cabos de fibras sintéticas, existem alguns estudos sobre a utilização de mantas de fibras sintéticas protendidas e coladas com resinas epóxi na face inferior das vigas de concreto armado (TRIANTAFILLOU & DESKOVIC, 1991; TRIANTAFILLOU et al, 1992 e QUANTRILL & HOLLAWAY, 1998). Estes estudos indicam que por meio da protensão é possível aproveitar melhor a capacidade das mantas de fibras sintéticas, permitindo uma redução no custo do reforço. Deve-se tomar cuidado especial com a região da ancoragem das mantas nas extremidades das vigas. Alguns estudos adicionais ainda são necessários, principalmente no que tange ao comportamento ao longo do tempo e à durabilidade do sistema proposto.

A protensão pode ser usada também para o reforço de vigas na forma de estribos externos constituídos por barras de aço protendidas. Por este método, é possível melhorar tanto a resistência ao cisalhamento como a ancoragem da armadura longitudinal devido ao confinamento do concreto. Com a protensão dos estribos consegue-se diminuir ou até fechar fissuras existentes. Um estudo sobre este método de reforço pode ser encontrado em FERNANDEZ (1997).

Como se vê, muitas são as possibilidades de aplicação da protensão para o reforço de vigas e de estruturas em geral. O foco principal deste trabalho é o reforço à flexão de vigas de edifício, mediante aplicação de um sistema simples de protensão com cabos de aço externos, destacando-se a utilização das cordoalhas engraxadas.

No entanto, em alguns dos itens a seguir também são discutidos os resultados de ensaios realizados em vigas protendidas com cabos sintéticos.

2.3. GEOMETRIA DOS CABOS E TIPOS DE DESVIADORES

A depender da situação que se tenha e do tipo de esforço que se queira introduzir na estrutura, podem ser utilizados cabos retos ou poligonais, ancorados nos pilares, em vigas de apoio ou nas lajes, e com ou sem desviadores. Por exemplo, quando a viga encontra-se fissurada pode-se promover uma costura dessas fissuras protendendo-se um tirante entre as suas extremidades, como na Figura 2.2 a) ou b). No caso da presença de flechas excessivas, estas podem ser reduzidas por meio da protensão de cabos retos ou poligonais. Quando se deseja modificar vãos por meio da eliminação de um pilar intermediário, pode-se também introduzir cabos poligonais como na Figura 2.2 c), gerando-se assim forças verticais em substituição ao apoio oferecido pelos pilares. Uma outra possibilidade é a introdução dos cabos externos para substituir armaduras internas corroídas que deixam de resistir à tração. Neste caso, qualquer configuração mostrada na Figura 2.2 pode ser escolhida, devendo-se analisar caso a caso. Por fim, a protensão pode ser utilizada para aumentar a capacidade portante da estrutura devido a uma mudança no nível das solicitações. Nesta situação, a escolha da configuração do cabo depende da intensidade e da forma que as ações estão sendo introduzidas.

Em cada caso é preciso fazer um estudo para definir a configuração do cabo a ser utilizada, levando-se em consideração as limitações em relação ao pé-direito da edificação, o tempo e as condições para execução do reforço, os equipamentos disponíveis e a relação custo - benefício. Neste contexto, um dos aspectos principais e que influem diretamente no custo da obra são os desviadores. É importante definir se eles vão ser utilizados, em que quantidade e em que posições.

Os desviadores são os elementos agregados à estrutura com o objetivo de desviar a posição do cabo de protensão em determinados pontos. Eles podem ser utilizados mesmo quando se opta por cabos retos. Neste caso, ele funciona não tanto como um “desviador” e sim como um “fixador”, mantendo a excentricidade do cabo de protensão quando a viga se deforma. Em relação aos cabos poligonais, é

importante ressaltar que a mudança de direção nos desviadores deve ser suave para que não se tenha uma concentração de tensões exageradas nestes pontos que venha a acarretar sua ruptura prematura.

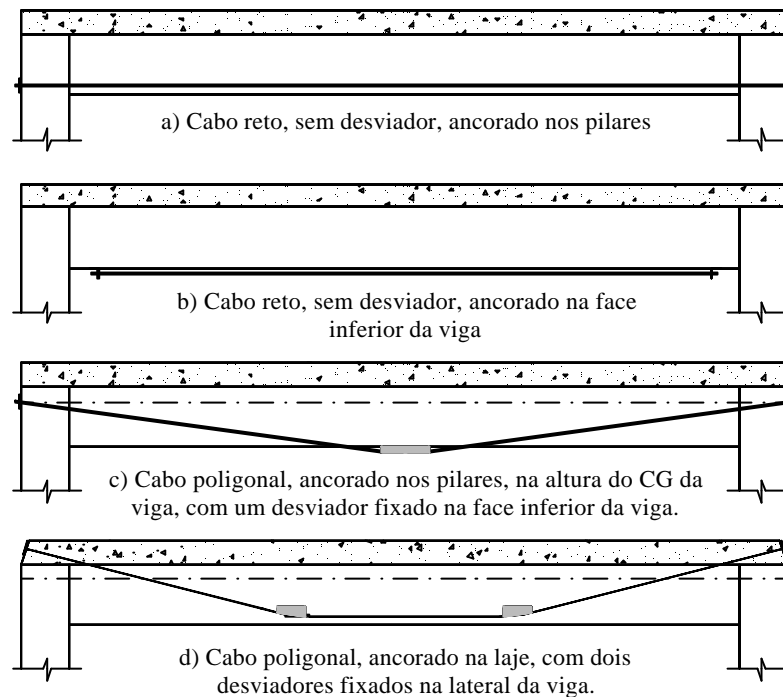


Figura 2.2 - Geometria dos cabos de protensão

São muitos os tipos de desviadores utilizados em obras de reforço de vigas ou lajes. Quando se deseja aumentar a excentricidade do cabo de protensão ao longo do vão, os desviadores podem ser fixados na face inferior do elemento a ser reforçado e pode ter altura tal que forneça a excentricidade desejada. Na Figura 2.3 tem-se um exemplo deste tipo de desviador, neste caso, constituído por elementos metálicos. Um outro exemplo de desviador metálico para lajes (Figura 2.7) foi utilizado na obra de reforço de um edifício comercial em Guaratinguetá (São Paulo) que está detalhadamente descrita no item 2.4.2. O desviador era constituído por uma treliça metálica associada a roldanas para a passagem dos cabos. Existem casos em que este tipo de desviador pode ser executado em concreto, colocando-se na face inferior da placa de concreto os tubos metálicos por dentro dos quais passam os cabos de protensão.

Quando não se deseja ou, por limite de pé-direito, não se pode fixar os desviadores na parte inferior da viga, estes podem ser fixados nas suas laterais. Um

exemplo deste tipo de desviador, utilizado no reforço das vigas de um edifício garagem em São Francisco (Estados Unidos), pode ser visto na Figura 2.5 e será comentado com mais detalhe no item 2.4.1.

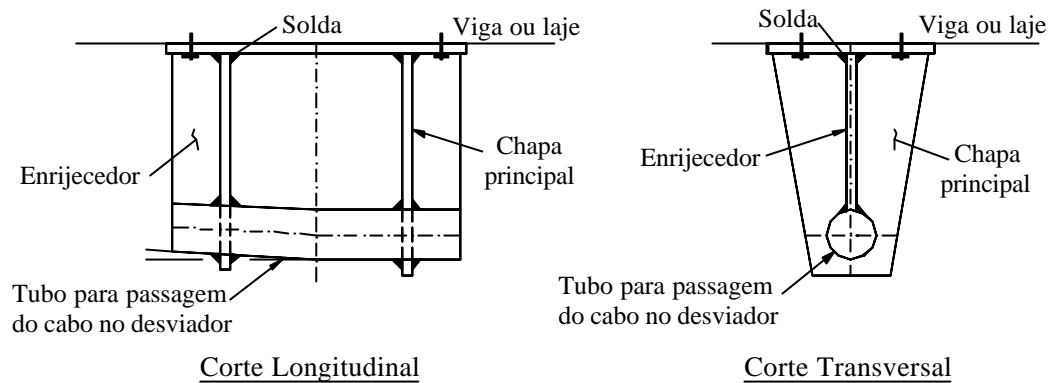


Figura 2.3 – Exemplo de desviador metálico

No caso das vigas em seção caixão ou em seção I podem ser criados diafragmas ou septos de concreto no interior das vigas (no caso da seção caixão) ou nas laterais da viga (no caso da seção I) de forma a permitir o desvio dos cabos. Estes diafragmas ou septos são vazados em posições específicas de forma a permitir a passagem dos cabos como mostrado na Figura 2.4. Deve-se tomar bastante cuidado com a união dos dois concretos e com a colocação da armadura adequada.

Nos ensaios em laboratório, quando não se deseja avaliar especificamente a funcionalidade de um determinado desviador, é comum utilizar desviadores simples e que possam ser reutilizados, muitas vezes incorporados às vigas durante a sua concretagem. Quando se deseja fazer o desvio (ou fixação) dos cabos na lateral das vigas, são muito utilizados septos metálicos ou de concreto. Nos casos em que o desvio é feito na face inferior, são utilizadas chapas metálicas grossas arredondadas na face em contato com o cabo. Nos ensaios, não se tem muita preocupação com a proteção dos cabos, a menos que este seja o objeto do estudo em questão.

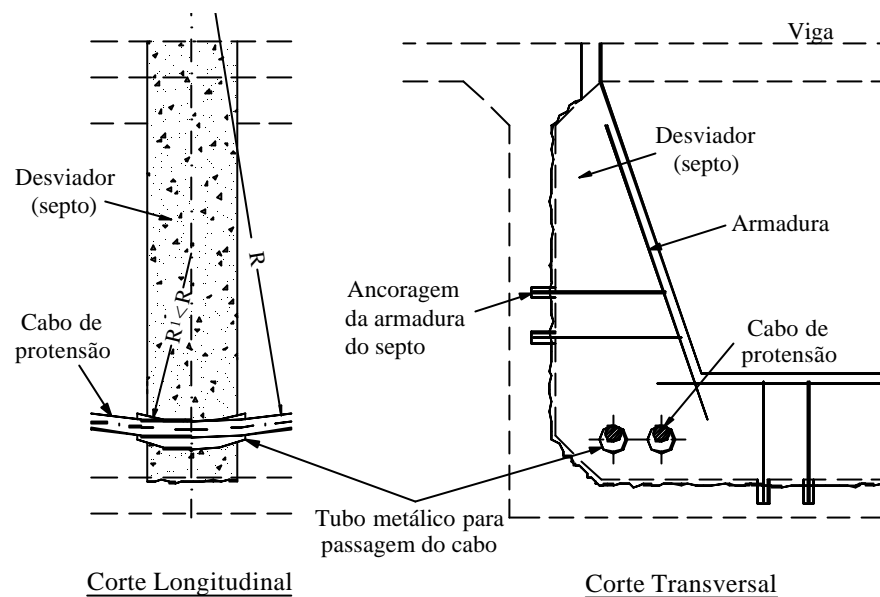


Figura 2.4 - Desviador de concreto em viga de seção caixão (MALLET, 1996)

2.4. OBRAS REALIZADAS

Neste item serão comentados alguns aspectos relevantes de algumas obras de reforço de vigas e lajes de concreto armado e/ou protendido realizadas por meio da protensão de cabos externos. Serão destacadas as causas que levaram à necessidade de reabilitação, as justificativas para a escolha do método, os fatores considerados para o dimensionamento do reforço, os tipos de desviadores e ancoragens utilizados e alguns aspectos relativos à execução.

2.4.1. Reabilitação de vigas de um edifício garagem

AALAMI & SWANSON (1988) descrevem o projeto e a execução do reforço das vigas e lajes do edifício garagem do Pier 39 em São Francisco (Estados Unidos). Trata-se de um prédio com cinco andares de estacionamento de dimensões em planta de aproximadamente 119m x 63m, construído em 1979. Sua estrutura era constituída por vigas protendidas apoiadas sobre pilares formando pórticos na direção transversal, com lajes maciças unidirecionais protendidas na direção longitudinal. As vigas de altura de 91,4cm venciam vãos de 21m.

As vigas e lajes do prédio encontravam-se bastante deterioradas, podendo-se observar fissuras paralelas às vigas na parte superior das lajes e vazamentos de água através das lajes. As flechas nas vigas chegavam a 38cm. A inspeção das armaduras

detectou sinais de corrosão em todas as cordoalhas, sendo que algumas estavam até rompidas. Os pilares encontravam-se sob condições de suportar o carregamento imposto, podendo ser projetados para o reforço novos elementos que conduzissem a carga até eles.

Uma das principais condições impostas para a execução do reforço foi a de não interrupção do uso do prédio. Algumas soluções foram estudadas como a fixação de treliças ou perfis metálicos tipo U nas laterais das vigas e a protensão de cabos externos, optando-se por esta última. Algumas definições tiveram que ser tomadas inicialmente, destacando-se:

- onde fazer o desvio dos cabos, no meio do vão (um desviador) ou nos terços do vão (dois desviadores);
- onde ancorar os cabos, no centro de gravidade da viga, ou com uma certa excentricidade para melhorar o comportamento como pórtico;
- como fazer o posicionamento e a protensão dos cabos.

Analisando a relação custo x benefício, optou-se por utilizar apenas um desviador no meio do vão. A ancoragem dos cabos foi feita no centro de gravidade da seção. Um esquema do projeto do desviador encontra-se na Figura 2.5 e da ancoragem, na Figura 2.6. Foram utilizados 2 cabos multicordoalha em cada viga (um em cada lado). Os cabos foram protegidos contra a corrosão e contra o fogo com um duto de concreto pré-moldado de seção quadrada em toda sua extensão. Para evitar a interrupção do uso do prédio, o posicionamento dos desviadores e dos cabos foi feito à noite. A execução da protensão era feita durante o dia, sendo que, na grande maioria das vigas, isto era feito pela parte externa ao prédio.

Inicialmente teve-se a idéia de “desprotender” os cabos internos. No entanto, chegou-se à conclusão que esta operação poderia causar mais problemas do que a manutenção dos cabos no estado em que se encontravam, mesmo sabendo que alguns estavam sensivelmente corroídos e outros já rompidos. Com isso, as tensões causadas pela protensão dos cabos externos tiveram que ser somada às tensões causadas pelos cabos internos. Para verificação em serviço foram impostos limites à tensão de tração ($\approx 2,6\text{MPa}$) e de compressão ($\approx 12,4\text{MPa}$) do concreto, bem como às flechas das vigas. Apesar de se ter obtido a resistência à compressão do concreto por meio de

testemunhos retirados das vigas ($\approx 34\text{MPa}$), para efeito de cálculo, utilizou-se a resistência do projeto original ($\approx 28\text{MPa}$).

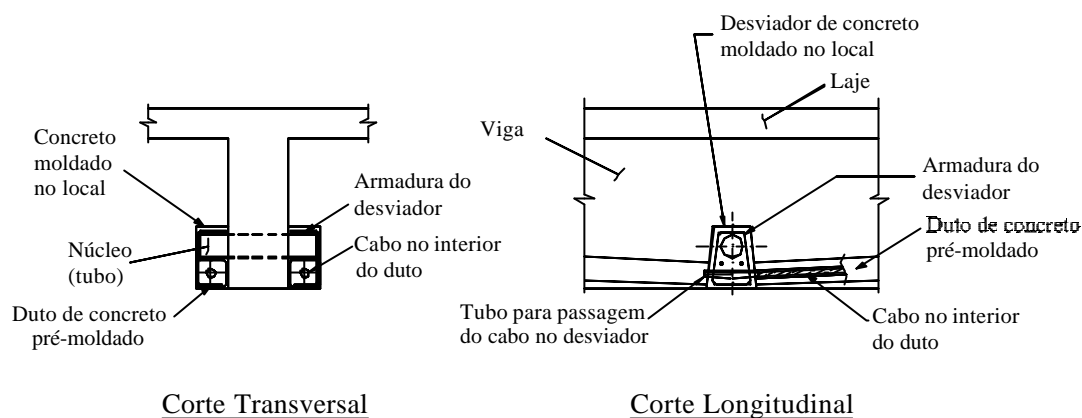


Figura 2.5- Desenho esquemático do desviador (AALAMI & SWANSON, 1988)

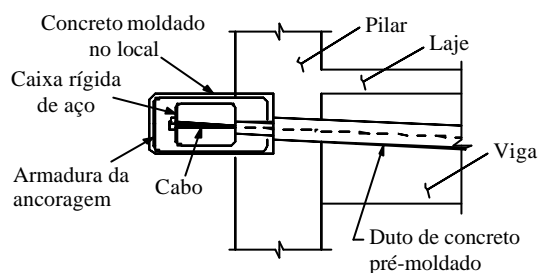


Figura 2.6 - Desenho esquemático da ancoragem (AALAMI & SWANSON, 1988)

O Estado Limite Último (ELU) foi verificado tanto para as ações gravitacionais como para as ações sísmicas. Para estas verificações, não foi considerada a contribuição dos cabos internos. Foram tomados alguns cuidados para que as vigas não ficassem superarmadas, evitando-se assim uma ruptura brusca. Para a análise dos pórticos, foi feita uma modelagem considerando os efeitos da protensão externa como forças aplicadas, determinadas pelo método das forças radiais equivalentes.

2.4.2. Reabilitação da laje de um edifício comercial

FERREIRA & ROCHA (1996) descrevem os procedimentos para recuperação e reforço da laje de cobertura do prédio da Associação Agropecuária de Guaratinguetá (Guaratinguetá – SP). Trata-se de uma laje de forro nervurada, de altura total $h = 44\text{cm}$, aproximadamente retangular, com dimensões de $11,76\text{m} \times 18,62\text{m}$. Devido à necessidade de mudança na utilização da laje visando a instalação

de um salão de confraternização, um consultório e uma pequena biblioteca, a laje foi reforçada mediante o uso da protensão de cabos externos.

A laje encontrava-se deteriorada, com algumas fissuras e perda da aderência entre a armadura e o concreto das nervuras em algumas regiões. Onde necessário, o concreto adjacente à armadura tracionada foi retirado. A recuperação foi feita mediante injeção de resina epóxi nas fissuras e aplicação de concreto projetado. Além disso, o contrapiso foi retirado, pois apresentava espessura muito superior à necessária, sobrecarregando a laje.

Para o reforço, foi projetada uma treliça metálica no meio do vão na direção longitudinal para servir como afastador do cabo de protensão, aumentando a sua excentricidade no meio do vão (Figura 2.7). A treliça era constituída por cantoneiras de abas iguais (banzo superior e diagonais) e barras redondas (banzo inferior) e se apoiava em duas nervuras da laje. No banzo inferior, foram fixadas roldanas por onde passavam os cabos de protensão. A força vertical transmitida pelos cabos à treliça era levada às duas nervuras nas quais ela se apoiava.

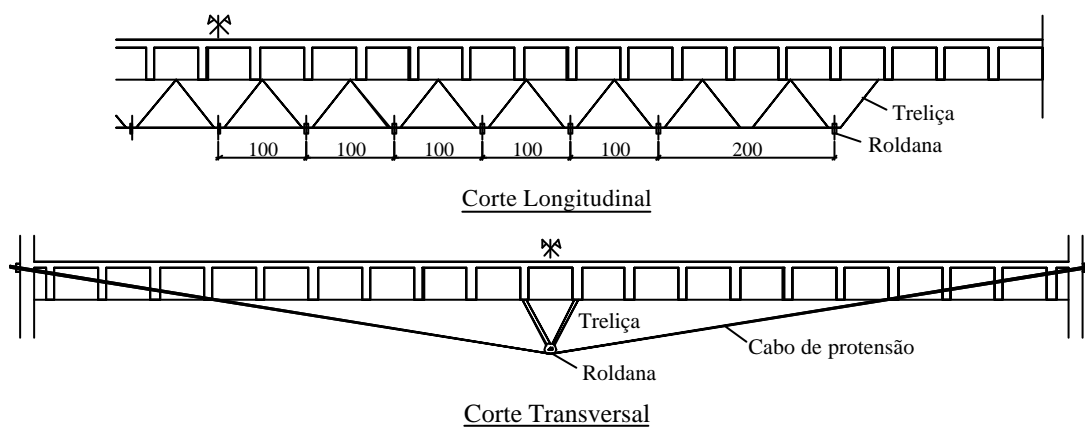


Figura 2.7 - Laje reforçada com cabos protendidos conjugados com uma treliça afastadora (FERREIRA & ROCHA, 1996)

FERREIRA & ROCHA (1996) consideraram o efeito da protensão como a aplicação de duas linhas de forças uniformemente distribuídas, nos pontos de contato da treliça com a laje. Foram utilizados treze cabos de protensão de diâmetro nominal $\phi 12,7\text{mm}$ de aço CP-190 RB. A força de protensão e a posição dos cabos foram determinadas de modo a gerar momentos fletores que eliminassem o efeito das cargas acidentais.

2.4.3. Reabilitação de pontes em seção caixão

Um campo comum de aplicação da protensão externa, muito difundido nos Estados Unidos e na Europa, é o reforço de pontes. POINEAU & LACOMBE (1999) chegam a afirmar que a protensão adicional, geralmente externa, é o melhor método conhecido para a reabilitação de pontes e outras estruturas de concreto protendido. Nestes casos, a protensão consegue reduzir ou eliminar as aberturas de fissuras, elevando a vida útil das estruturas e restaurando a sua rigidez, além de diminuir as flechas em serviço e aumentar a capacidade de carga.

Nos últimos anos, o peso dos veículos de carga aumentou significativamente fazendo com que as pontes, dimensionadas para cargas menores, apresentassem flechas e fissuras consideráveis, necessitando de reparos e reforços. ESKOLA & VILONEN (1999) descrevem alguns aspectos do cálculo do reforço e da execução da reabilitação de duas pontes em viga de seção caixão na Finlândia: as pontes de Murhasaari e Puodinkoski, projetadas em 1955 e 1961, respectivamente. Ambas já apresentavam flechas que geravam desconforto visual e inúmeras fissuras. As superfícies de concreto também estavam deterioradas.

A protensão foi escolhida como método de reforço devido ao seu efeito positivo sobre o fechamento das fissuras e a redução das flechas. O principal problema da ponte Murhasaari era a existência de flechas que chegavam a aproximadamente 18cm no meio do vão central. Para eliminar estas flechas excessivas, a força de protensão e o traçado dos cabos foram escolhidos de forma que o momento fletor gerado se contrapusesse ao momento devido às cargas permanentes. Já na ponte Puodinkoski, o objetivo principal da aplicação da protensão foi fechar as fissuras causadas por um recalque de apoio, aumentando simultaneamente o momento fletor resistente.

Para efeito de análise, a protensão foi encarada como força externa aplicada. Foram assumidas as seguintes hipóteses:

- as armaduras passivas entram em escoamento;
- não foram consideradas deformações adicionais nos cabos, ou seja, a tensão última no cabo foi considerada igual a P_{∞} ;

Os cabos de protensão eram constituídos por 12 cordoalhas de área 140mm^2 . Os cabos foram posicionados dentro de bainhas plásticas que foram preenchidas com

grout após a protensão. Para diminuir as perdas por atrito, na região dos desviadores as bainhas plásticas foram envolvidas por tubos de aço inoxidável. As ancoragens utilizadas foram semelhantes às usadas para cabos internos, sendo protegidas por blocos de concreto. Para recuperação das pontes, as fissuras com abertura superior a 0,2mm foram preenchidas com resina epóxi e as superfícies de concreto reparadas. A execução foi planejada de forma que sempre permanecesse uma pista liberada para o tráfego. Não foi possível recuperar toda a flecha das pontes. Para melhorar o aspecto estético, foi feito preenchimento com concreto no meio do vão.

Segundo os autores, os trabalhos foram relativamente simples, sendo possível realizá-los sob tráfego. Os objetivos foram atingidos, restaurando a vida útil da estrutura a um custo inferior ao da construção de uma nova ponte.

2.5. ENSAIOS REALIZADOS

Neste item serão descritos alguns ensaios de vigas submetidas à protensão externa realizados por outros pesquisadores, destacando-se os parâmetros estudados e as conclusões obtidas. Serão comentados tanto ensaios realizados com cordoalhas metálicas como ensaios realizados com cabos constituídos de fibras sintéticas.

2.5.1. Ensaios de BRANCO (1993) e ARAÚJO (1997)

Foram desenvolvidos na PUC do Rio de Janeiro alguns ensaios de vigas de concreto armado de seção I (Figura 2.8), protendidas com cabos sintéticos externos. Os cabos utilizados, conhecidos comercialmente como *Parafil*, são constituídos de fibras de *kevlar*.

BRANCO (1993) estudou a influência da razão L/d_p (comprimento da viga sobre altura útil da armadura protendida) sobre a resistência à flexão das vigas. Para isto, foram ensaiadas 5 vigas de diversos comprimentos, variando-se a relação L/d_p de 13,8 a 34,4. A influência da variação do módulo de elasticidade também foi estudada por meio da utilização de dois cabos de protensão diferentes: o *Parafil G* com módulo de elasticidade $E_p = 123.520\text{MPa}$ e o *Parafil F* com módulo de elasticidade $E_p = 77.590\text{MPa}$. As principais características das vigas ensaiadas e alguns resultados encontrados são mostrados na Tabela 2.1.

As vigas foram protendidas com 2 cabos retos (um em cada lado), sendo a resistência nominal de cada cabo igual a 300kN. Para ancoragem dos cabos, foram fixadas chapas metálicas nas extremidades das vigas. Estas chapas tinham também a função de melhorar a distribuição de tensões nesta região. Além disso, foram posicionadas chapas metálicas (desviadores) nos terços dos vãos e, em alguns casos, também no meio do vão, para manter a excentricidade do cabo nestes pontos.

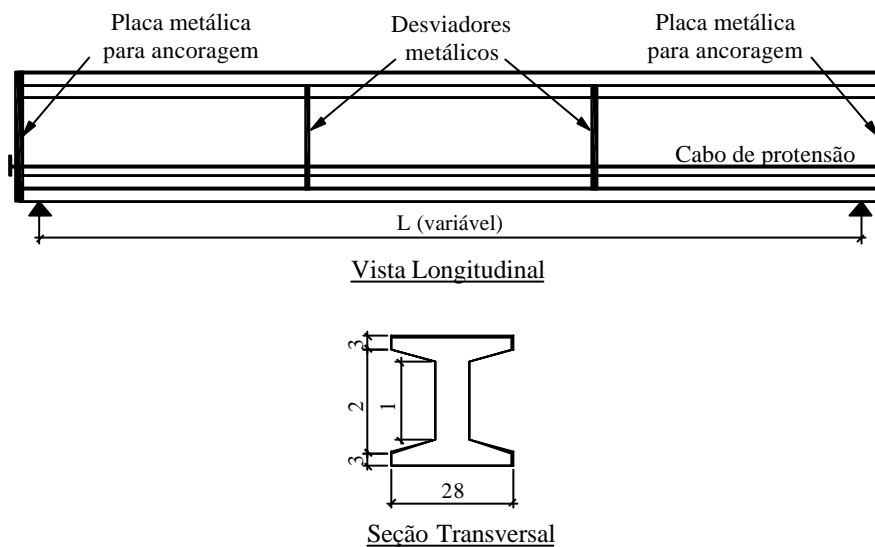


Figura 2.8 - Vista longitudinal e seção transversal das vigas ensaiadas por BRANCO (1993) e ARAÚJO (1997)

Tabela 2.1 – Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por BRANCO (1993)

Viga	Vão (cm)	Cabo	f_c (MPa)	A_p (cm ²)	E_p (MPa)	A_s (cm ²)	P_u/P_4^*	M_u (kN.m)
VG10	300	Parafil G	46,7	3,06	123.520	1,25	1,290	93,7
VG15	450	Parafil G	43,0	3,06	123.520	1,25	1,239	91,1
VG20	600	Parafil G	43,0	3,06	123.520	1,25	1,236	88,6
VG25	750	Parafil G	46,7	3,06	123.520	1,25	1,221	87,1
VF15	450	Parafil F	45,3	3,06	77.590	1,25	1,279	90,1

* Relação entre a força no cabo de protensão na ruína e no início do quarto ciclo de carga

O carregamento dos modelos consistia de duas forças concentradas aplicadas a $L/3$ dos apoios. As vigas foram submetidas a quatro ciclos de carregamento, com a força máxima aplicada gradualmente aumentada. No primeiro ciclo, aplicou-se força

tal que não causasse a fissuração da viga. No último ciclo, a viga foi levada à ruína. Em todos os casos a ruína ocorreu no domínio 3, com esmagamento do concreto, estando as armaduras passivas em escoamento.

Para as relações L/d_p estudadas, as principais conclusões destes ensaios foram:

- O momento de ruptura diminuiu com o aumento da relação L/d_p , sendo que, para os casos estudados a diferença máxima foi de apenas 7%;
- O aumento da tensão no cabo de protensão diminuiu com o aumento da relação L/d_p , sendo que a diferença máxima foi de 7% ;
- A variação no módulo de elasticidade do cabo não apresentou modificações significativas na resistência das vigas.

ARAÚJO (1997) ensaiou cinco vigas com a mesma seção transversal de BRANCO (1993), visando à determinação da importância da taxa de armadura passiva e do tipo de carregamento sobre a resistência à flexão das vigas. As principais características das vigas ensaiadas e alguns resultados encontrados são mostrados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por ARAÚJO (1997)

Viga	Vão (cm)	Cabo	f_c (MPa)	A_p (cm ²)	E_p (MPa)	A_s (cm ²)	P_u/P_4^*	M_u (kN.m)
G1	450	Parafil G	38,1	3,06	123.520	3,14	1,135	105,7
G2	450	Parafil G	36,0	3,06	123.520	4,91	1,077	100,7
G3	450	Parafil G	36,0	3,06	123.520	8,04	1,079	112,9
CG1	450	Parafil G	40,5	3,06	123.520	1,25	1,142	95,1
DG1	450	Parafil G	36,6	3,06	123.520	1,25	1,155	83,4

* Relação entre a força no cabo de protensão na ruína e no início do quarto ciclo de carga

Foi tomada como referência a viga VG15 ensaiada por BRANCO (1993). As vigas G1 a G3 diferiam da VG15 pela taxa de armadura interna e as vigas CG1 e DG1 pela geometria do carregamento aplicado: a CG1 foi submetida a apenas uma força concentrada no meio do vão e a DG1 foi submetida a quatro forças concentradas.

Assim como nas vigas ensaiadas por BRANCO (1993), as vigas ensaiadas por ARAÚJO (1997) possuíam cabos retos, placa metálica para ancoragem nas

extremidades, desviadores nos terços dos vãos e foram submetidas a 4 ciclos de carregamento, com exceção da CG1 que foi submetida a 5 ciclos.

Com relação à variação da taxa de armadura chegou-se à conclusão que, dentro dos limites estudados ($0,3\% > \rho_s > 2,2\%$), o aumento da taxa de armadura leva a uma diminuição do incremento da tensão no cabo de protensão e a um aumento do momento fletor de ruptura. Nos ensaios realizados, a diferença máxima entre os momentos fletores foi de 24% e entre os acréscimos de tensão no cabo foi de 15%.

Com relação ao tipo de carregamento aplicado, verificou-se que a variação de tensão no cabo para a viga submetida a apenas uma força concentrada foi menor do que a variação de tensão no cabo para as vigas submetidas a duas ou quatro forças concentradas. Esta diferença foi, na ruptura, de aproximadamente 7%. Por outro lado, observou-se que o momento fletor de ruptura praticamente não é alterado.

Esta conclusão pode ser explicada com base no comportamento previsto teoricamente para as vigas com cabos não aderentes. Nestas vigas, a deformação do cabo equivale à média das deformações do concreto na altura do cabo ao longo do comprimento. Portanto, a deformação do cabo não aderente vai depender de todo o diagrama de momentos fletores da viga. Assim, tomando-se duas vigas submetidas ao mesmo momento fletor máximo, sendo que em uma se aplicou uma carga concentrada e na outra, duas cargas concentradas, esta segunda apresentará maior tensão final no cabo, devido à maior área do diagrama de momentos fletores.

BRANCO (1993) e ARAÚJO (1997) fizeram também algumas comparações dos resultados experimentais com resultados teóricos obtidos com as formulações propostas em normas e por outros pesquisadores para vigas protendidas com cabos de aço, chegando à conclusão de que elas também se aplicam aos casos de vigas protendidas com cabos *Parafil*.

2.5.2. Ensaios de HARAJLI (1993)

HARAJLI (1993) desenvolveu um estudo experimental com o objetivo de avaliar os benefícios da protensão externa na reabilitação de vigas de concreto armado ou protendido e o efeito da protensão no comportamento em serviço e na resistência última à flexão dessas vigas. Segundo o autor, nenhum trabalho experimental havia sido desenvolvido até o momento acerca dos benefícios da

protensão externa aplicada ao reforço de vigas de concreto no que tange ao comportamento em serviço e à capacidade resistente dessas vigas. HARAJLI (1993) justifica a importância deste estudo baseando-se no fato de que a estrutura a ser reforçada apresenta carregamentos e estado de fissuração diferentes dos que são encontrados nas estruturas a serem originalmente construídas com protensão externa.

Foram ensaiadas 16 vigas retangulares de concreto armado (CA), concreto protendido (CP) ou concreto protendido com protensão parcial (CPP), reforçadas com dois cabos externos. As principais características das vigas ensaiadas encontram-se na Figura 2.9 e na Tabela 2.3.

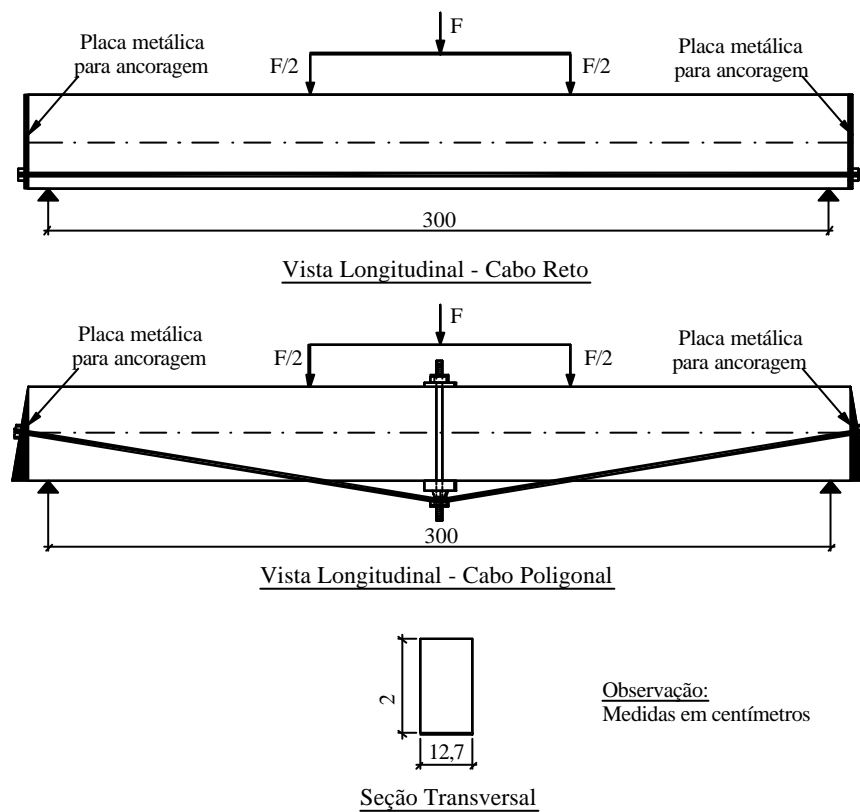


Figura 2.9 - Vistas longitudinais e seção transversal das vigas ensaiadas por HARAJLI (1993)

Para cada categoria, CA, CP e CPP, foram estabelecidas 3 taxas de armadura (exceto para a CPP, que foram utilizadas 2) e para cada taxa de armadura, dois tipos de configuração dos cabos: cabos retos ou cabos poligonais com 1 desviador. Os cabos retos apresentavam excentricidade de 80mm em relação ao centro de gravidade da seção transversal. Os cabos poligonais apresentavam excentricidade de 158mm no meio do vão e eram ancorados no centro de gravidade da seção transversal da viga.

Para a protensão externa, foram utilizados dois fios (um em cada lado da viga) de diâmetro nominal de 5 ou 7mm, módulo de elasticidade $E_p = 206.850\text{MPa}$ e tensão última resistente $f_{pu} = 1606\text{MPa}$ para os fios de diâmetro $\phi = 5\text{mm}$, e $f_{pu} = 1427\text{MPa}$ para os fios de diâmetro $\phi = 7\text{mm}$.

Tabela 2.3 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por HARAJLI (1993)

Viga	Forma do cabo	Cabo externo	Armadura Passiva	Armadura Ativa	f_c (MPa)	M_u (kN.m)	$\frac{M_u}{M_{uo}}$ *
B1D	Poligonal	2 ϕ 5mm	2 ϕ 6mm	1 ϕ 5/16"	36,2	24,1	1,81
B1S	Reto				34,5	20,1	1,67
B2D	Poligonal	2 ϕ 7mm	2 ϕ 6mm	2 ϕ 5/16"	36,2	35,2	1,70
B2S	Reto				33,1	29,1	1,52
B3D	Poligonal	2 ϕ 7mm	2 ϕ 6mm	2 ϕ 3/8"	35,2	41,7	1,54
B3S	Reto				34,5	32,7	1,27
B4D	Poligonal	2 ϕ 5mm	2 ϕ 10mm	-	30,3	23,2	2,46
B4S	Reto				27,6	23,7	1,69
B5D	Poligonal	2 ϕ 7mm	2 ϕ 12mm	-	32,4	48,4	1,45
B5S	Reto				37,8	37,0	1,36
B6D	Poligonal	2 ϕ 7mm	2 ϕ 14mm	-	33,8	52,7	1,21
B6S	Reto				26,2	-	-
B7D	Poligonal	2 ϕ 7mm	2 ϕ 10mm	1 ϕ 5/16"	31,0	37,6	2,13
B7S	Reto				38,1	33,8	1,53
B8D	Poligonal	2 ϕ 7mm	2 ϕ 12mm	2 ϕ 3/8"	34,5	54,0	1,36
B8S	Reto				38,6	44,6	1,09

* M_{uo} é o momento último calculado para a viga original (sem o reforço)

Inicialmente as vigas sem protensão externa foram submetidas a um carregamento cíclico. Os valores das cargas mínimas (F_{min}) e máximas (F_{max}) foram estabelecidos de modo a simular a carga permanente ($\approx 30\%$ da capacidade última) e a carga permanente mais a sobrecarga ($\approx 80\%$ da capacidade última), respectivamente. Segundo HARAJLI (1993), optou-se por ciclos de grande amplitude para que se induzisse grandes deformações por fadiga em um número relativamente pequeno de ciclos, tomando-se cuidados para que não houvesse a ruína das peças por fadiga. Após um determinado número de ciclos (entre 5000 e 15000),

as vigas foram mantidas sob o carregamento F_{min} e submetidas à protensão externa. A força de protensão aplicada correspondia a aproximadamente 60% da resistência à tração do cabo. Em seguida, as peças foram submetidas a um carregamento monotônico crescente até a ruína.

Foram medidas as deformações nas armaduras internas e nos cabos externos, os deslocamentos no meio do vão e as forças aplicadas. A partir dos resultados encontrados, chegou-se à conclusão de que a protensão externa é uma técnica poderosa para o reforço de elementos submetidos à flexão, destacando-se os seguintes aspectos:

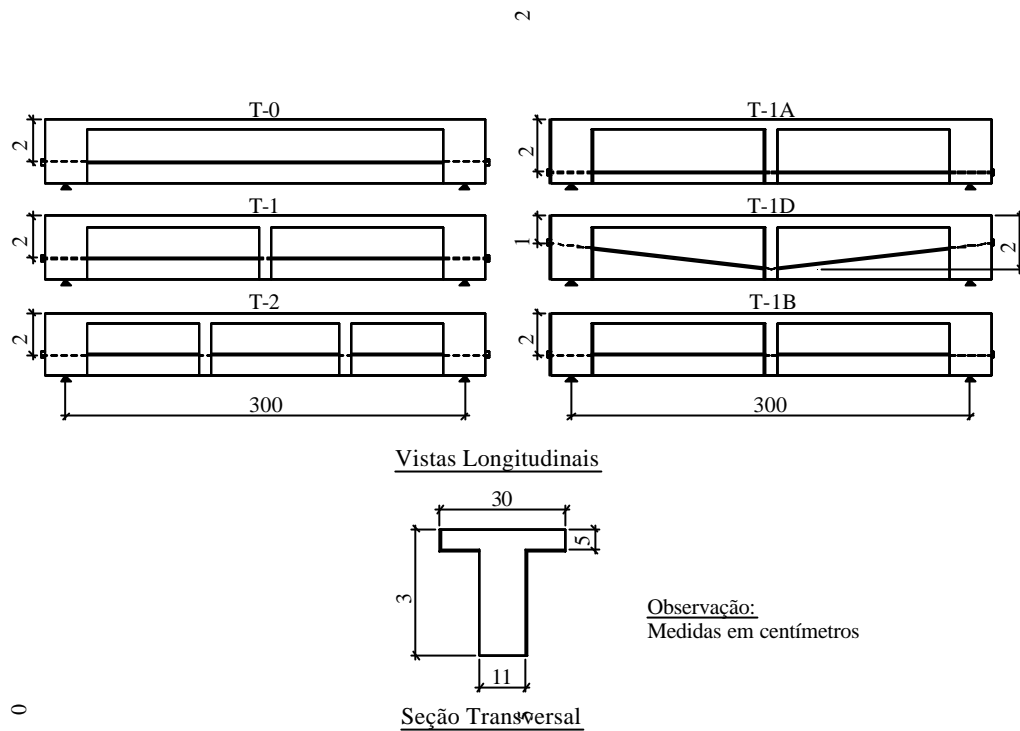
- Nos ensaios realizados conseguiu-se, em média, um aumento de 59% em relação à resistência à flexão calculada para as vigas, sendo que o aumento mínimo foi de 9% para a viga B8S e o aumento máximo de 146% para a viga B4D. Além disso, não se observou reduções significativas na ductilidade e na deformação última das peças;
- Nos casos em que as fissuras se fecharam completamente quando aplicada a protensão, a rigidez à flexão das vigas após retomado o carregamento foi bastante semelhante à rigidez inicial.
- A protensão externa pode ser eficazmente utilizada para controlar a fissuração e reduzir os deslocamentos transversais das vigas em serviço. Sob o carregamento F_{min} , a redução das flechas com a aplicação da protensão variou de 34 a 75%. Observou-se ainda que, nas vigas em que foram utilizados cabos poligonais, a diminuição das flechas foi maior do que nas vigas com cabos retos. Esta conclusão deve ser analisada com cautela visto que nos modelos ensaiados os cabos poligonais apresentavam maior excentricidade no meio do vão do que os cabos retos;
- Os cabos com desviadores se mostraram mais eficientes do que os cabos retos. Nos cabos poligonais a excentricidade no meio do vão era maior e, além disso, nos cabos retos a altura útil do cabo externo é reduzida na medida em que a viga se deforma. O valor desta redução é aproximadamente igual à flecha da viga no ponto considerado. Por outro lado, o comportamento em serviço e as flechas na ruína se mostraram semelhantes para as duas configurações dos cabos;

- A respeito do aumento de tensão no cabo externo, observou-se que este foi maior nas vigas com desviadores e que, no geral, diminui com o aumento da taxa de armadura interna das vigas. Em todos os modelos ensaiados, a tensão no cabo externo se manteve abaixo da tensão de escoamento;
- A protensão externa pode prolongar a vida útil das vigas no que se refere à fadiga, devido à redução dos níveis de tensão e das variações das tensões nas armaduras internas.

2.5.3. Ensaios de TAN & NG (1997)

TAN & NG (1997) realizaram alguns ensaios com o objetivo de investigar o efeito da presença de desviadores ao longo do vão e da configuração do cabo de protensão no comportamento à flexão de vigas protendidas com cabos externos. Para isto, foram ensaiadas 6 vigas T com diferentes configurações dos desviadores e dos cabos de protensão. Cada viga foi protendida com duas cordoalhas de sete fios, de 9,5mm ou 12,9mm de diâmetro, uma em cada lado. As principais características das vigas ensaiadas podem ser visualizadas na Figura 2.10 e na Tabela 2.4.

As vigas T-0, T-1 e T-2 foram utilizadas para estudar o efeito do número de desviadores ao longo do vão. A viga T-0 não possuía desviadores, a viga T-1 possuía um desviador e a viga T-2, dois desviadores. Nestas vigas, foi aplicada uma força de protensão equivalente a 70% da resistência à tração dos cabos (f_{pu}). As vigas T1-A e T1-D foram ensaiadas na intenção de estudar o efeito da variação da excentricidade e da forma do cabo, em comparação com a T-1. Nestas vigas, a excentricidade no meio do vão era de 250mm. Ambas possuíam 1 desviador, sendo que na viga T-1A foram usados cabos retos e na viga T-1D cabos poligonais. A força de protensão aplicada nestas vigas, correspondente a uma tensão de aproximadamente $0,2f_{pu}$, foi determinada de forma que o momento resistente delas fosse igual ao da T-1. A viga T-1B foi ensaiada com o objetivo de estudar o efeito da variação da área do cabo externo. Para isto foi utilizada uma viga semelhante à T-1 alterando-se o diâmetro da cordoalha para 12,9mm. A tensão aplicada no cabo, aproximadamente $0,4f_{pu}$, foi determinada de forma que a força de protensão fosse a mesma da viga T-1.



○ Figura 2.10 - Vistas longitudinais e seção transversal das vigas ensaiadas por TAN & NG (1997)

○ Tabela 2.4 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por TAN & NG (1997)

Viga	f_{pe} (% f_{pu})	Forma do cabo	Nº de desv.	Cabo externo	f_c (MPa)	Df_{psu} (MPa)	M_u (kN.m)
T-0	70%	Reto	0	2 ϕ 9,5mm	34,6	370	79,6
T-1	70%	Reto	1	2 ϕ 9,5mm	34,2	450	84,1
T-1A	20%	Reto	1	2 ϕ 9,5mm	30,4	811	81,5
T-1D	20%	Poligonal	1	2 ϕ 9,5mm	32,1	955	78,1
T-1B	40%	Reto	1	2 ϕ 12,9mm	33,2	409	94,2
T-2	70%	Reto	2	2 ϕ 9,5mm	28,7	483	83,4

Todas as vigas foram submetidas a duas forças concentradas a 100cm dos apoios. A protensão foi aplicada aos 27 dias e o ensaio foi realizado aos 28 dias. Foram medidas a flecha no meio do vão, a deformação no concreto e na armadura tracionada, a força nos cabos externos e a abertura de fissuras.

Em relação ao efeito da variação do número de desviadores ao longo do vão, chegou-se às seguintes conclusões:

- A redução da excentricidade do cabo no meio do vão (efeito de segunda ordem) foi bastante acentuada para a viga T-0 após a fissuração e, principalmente, após o escoamento da armadura interna;
- As vigas com desviadores (T-1 e T-2) apresentaram maior acréscimo de tensão no cabo e maior resistência à flexão do que a viga sem desviadores (T-0);

Esta última conclusão tem um significado prático importante. Como a viga com apenas um desviador apresentou comportamento semelhante ao da viga com dois desviadores, pode-se inferir que a utilização em obras de dois desviadores não trará benefícios significativos. Desta forma, pode-se conseguir uma redução no custo, utilizando-se apenas um desviador, sem prejuízo para a resistência da viga.

Comparando-se a viga T-1 com a viga T-1B, verificou-se que elas apresentaram comportamento semelhante em serviço. Porém, o uso de uma maior área de aço, mantendo-se a força de protensão aplicada, levou a um maior momento fletor resistente.

Em relação à configuração do cabo, observou-se que a viga com cabo poligonal (T-1D) apresentou maior acréscimo de tensão no cabo de protensão e menor rigidez à flexão quando comparada à viga com cabo reto (T-1A). Comparando-se as vigas T1-A e T1-D com a viga T-1, observou-se que o uso de uma menor força de protensão efetiva leva a maiores tensões na armadura interna e a maiores acréscimos de tensão nos cabos externos. Além disso, notou-se também maiores aberturas de fissuras e maiores flechas. Daí, pode-se inferir que o nível da força de protensão aplicada tem efeito significativo sobre o comportamento em serviço das vigas.

TAN & NG (1997) compararam ainda os resultados obtidos nos ensaios com previsões teóricas baseadas no conceito dos coeficientes de redução das deformações proposto por NAAMAN (1990) e NAAMAN & ALKHAIRI (1991), observando uma ótima correlação entre os resultados. Os valores calculados para o momento resistente ficaram em média menos do que 5% diferentes dos valores observados experimentalmente, sendo que a maior diferença foi de apenas 8%.

2.5.4. Ensaio de TAN & NG (1998)

TAN & NG (1998) realizaram um segundo estudo experimental para investigar os efeitos da resistência à compressão do concreto, da taxa de armadura de cisalhamento e do comprimento do trecho da viga submetido ao esforço cortante na resistência à flexão e no modo de ruína de vigas de concreto armado protendidas com cabos externos. Para isto, foram ensaiadas 7 vigas, das quais 6 foram submetidas a duas forças concentradas nos terços dos vãos e uma submetida a uma força concentrada no meio do vão.

As principais características das vigas ensaiadas podem ser visualizadas na Tabela 2.5 e na Figura 2.11. A viga ST-2 foi escolhida como viga de referência. As vigas ST-2C e ST-2C+ diferiam da ST-2 pela resistência do concreto. A viga ST-2S possuía menor taxa de armadura de cisalhamento do que a viga de referência. A ST-2P foi a única que recebeu apenas uma carga concentrada. Neste caso, a relação a/d_p foi conservada, alterando-se o comprimento da viga. Nas vigas ST-1 e ST-3 foram variadas as relações a/d_p , alterando-se o comprimento das vigas, mas mantendo-se a relação $a/L = 1/3$.

Cada viga foi protendida por dois cabos externos, um em cada lado. Cada cabo era constituído por uma cordoalha de sete fios de diâmetro nominal $\phi 12,9\text{mm}$. A tensão última destas cordoalhas era $f_{pu} = 1.900\text{MPa}$ e o módulo de elasticidade valia $E_p = 199.000\text{MPa}$. A protensão foi aplicada 27 dias após a concretagem, e o ensaio foi realizado aos 28 dias. A força aplicada nos cabos correspondia a uma tensão de aproximadamente $0,4f_{pu}$.

Tabela 2.5 - Características das vigas ensaiadas e resultados obtidos por TAN & NG (1998)

Viga	L (cm)	a (cm)	Estribo	f_c (MPa)	Df_{psu} (MPa)	M_u (kN.m)
ST-1	150	50	$\phi 8$ c/ 7,5cm	34,5	443	97,0
ST-2	180	60	$\phi 8$ c/ 7,5cm	29,9	381	93,6
ST-2C	180	60	$\phi 8$ c/ 7,5cm	26,2	313	90,7
ST-2C+	180	60	$\phi 8$ c/ 7,5cm	19,0	148	81,9
ST-2S	180	60	$\phi 8$ c/ 20cm	31,1	259	89,0
ST-2P	120	60	$\phi 8$ c/ 7,5cm	36,3	262	99,2
ST-3	300	100	$\phi 6$ c/ 5,0cm	33,2	409	94,2

Em relação à variação da resistência do concreto, pôde-se observar que as vigas com menores valores de f_c (ST-2C e ST-2C+) apresentaram mais fissuras por esforço cortante e menor acréscimo de tensão no cabo de protensão. Observou-se também que, após a fissuração, as vigas ST-2C e ST-2C+ apresentaram menores taxas de crescimento da tensão na armadura longitudinal interna. O momento último destas vigas também foi menor. Vale destacar que a viga ST-2C+ atingiu a ruína por esmagamento do concreto da biela comprimida sem haver escoamento da armadura tracionada. As vigas ST-2C e ST-2, com maiores valores de f_c em relação à anterior, atingiram a ruína por flexão, com escoamento da armadura longitudinal.

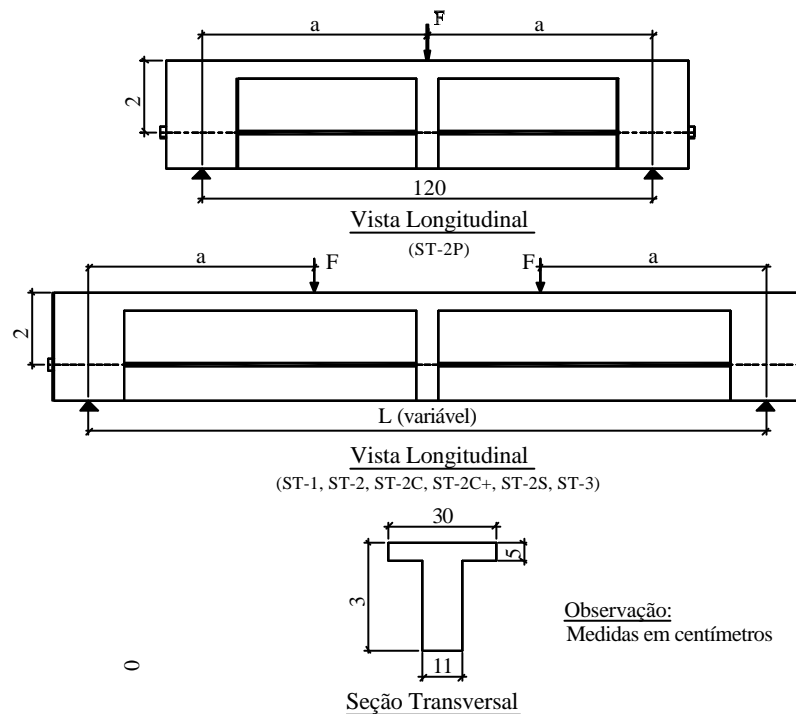


Figura 2.11 - Vistas longitudinais e seção transversal das vigas ensaiadas por TAN & NG (1998)

A variação da área da armadura de cisalhamento e a variação do tipo de carregamento aplicado não tiveram efeito significativo sobre o aumento da tensão na armadura interna. Já para os cabos externos, observou-se que a variação de tensão entre as vigas ST-2 e ST-2S foi semelhante apenas até o início da fissuração. A partir daí, o cabo da viga ST-2S, passou a apresentar maiores tensões devido ao aumento das fissuras de cisalhamento. A viga ST-2P apresentou taxa de crescimento da tensão no cabo externo semelhante à ST-2, porém chegando a uma tensão última menor.

A viga ST-2S atingiu a ruína por escoamento do estribo, seguido de escoamento da armadura longitudinal e finalmente esmagamento das bielas comprimidas. A ruína da viga ST-2P começou com o escoamento da armadura longitudinal, seguido do esmagamento do concreto na região de aplicação do carregamento. Segundo os autores, o tipo de carregamento não interferiu na resistência à flexão das vigas. Deve-se ressaltar, no entanto, que para fazer esta análise os autores mantiveram a relação a/d_p , diminuindo o comprimento da viga.

A variação da relação a/d_p não apresentou interferência no comportamento à flexão das vigas. As vigas ST-1, ST-2 e ST-3 romperam por flexão, com escoamento da armadura interna seguido de esmagamento do concreto, apresentando momentos últimos bastante próximos.

TAN & NG (1998) compararam os resultados experimentais com valores teóricos calculados com as expressões propostas por NAAMAN (1990), NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e TAN & NAAMAN (1993a). Os autores observaram que os momentos últimos calculados para as vigas que romperam por flexão foram maiores do que os valores obtidos experimentalmente, enquanto que os momentos últimos calculados para as vigas que romperam por cisalhamento foram menores do que os experimentais.

No entanto, no geral, os valores calculados foram bastante próximos dos encontrados experimentalmente, diferindo em média 9%. Em todos os casos, esta diferença foi menor do que 10%, com exceção da viga ST-2S na qual esta diferença chegou a 24%. Segundo os autores, esta diferença se deve ao valor conservador que foi adotado para a parcela de esforço cortante absorvida pelo concreto.

3

MÉTODOS DE CÁLCULO

3.1. GENERALIDADES

Nas vigas protendidas com cabos não aderentes, a deformação e, conseqüentemente, a tensão nos cabos dependem da deformação de toda a viga e são consideradas uniformes ao longo do vão da peça. Ou seja, a deformação da armadura protendida não é igual à deformação do concreto no nível da armadura como ocorre nas vigas de concreto armado e de concreto protendido com cabos aderentes. Em virtude disso, a tensão do cabo não pode ser obtida por meio das equações de compatibilidade de deformações da seção, devendo-se fazer uma análise das deformações em toda a peça.

O dimensionamento das vigas protendidas com cabos externos quanto ao momento fletor e ao esforço cortante apresenta, então, algumas singularidades quando comparada ao dimensionamento das vigas de concreto armado e de concreto protendido com cabos aderentes. Alguns esforços têm sido feitos para tentar representar o comportamento das vigas submetidas à protensão externa, principalmente no que tange a resistência à flexão. Já em relação à resistência ao cisalhamento, são poucos os trabalhos encontrados, provavelmente devido a dois fatores: a prioridade que se dá ao estudo da resistência à flexão, já que sempre se deseja que a viga rompa por flexão e não por cisalhamento, e a complexidade que envolve o estudo da resistência ao esforço cortante. Os principais estudos encontrados e as propostas de algumas normas em relação à resistência ao momento fletor e ao esforço cortante são apresentados no decorrer do capítulo.

Em relação ao reforço de vigas, é importante destacar que a aplicação da protensão em cabos externos pode alterar a forma de ruína da viga. Por exemplo, imagine-se uma viga projetada adequadamente da qual se esperaria, caso ocorresse, uma ruptura por flexão. Visando reforçá-la, aumentando sua resistência à flexão, acrescentam-se cabos externos a esta viga. Após a introdução destes novos elementos (os cabos) e desta nova força (a protensão), é possível que, a depender da forma do cabo externo, da força de protensão aplicada e das características da viga original, a viga reforçada fique mais susceptível a uma ruptura por cisalhamento. No fim deste capítulo, é apresentado um método desenvolvido por K. H. Tan e A. E. Naaman para previsão da forma de ruína de vigas protendidas com cabos externos.

3.2. RESISTÊNCIA AO MOMENTO FLETOR

Na bibliografia estudada, é praticamente um consenso que, para efeito de análise do comportamento à flexão, cabos externos podem ser tratados como cabos internos não aderentes, desde que possam ser desprezados as forças de atrito nos desviadores e os efeitos de segunda ordem que surgem em decorrência da variação da excentricidade do cabo de protensão quando a viga é carregada. Para cabos inicialmente retos e sem desviadores, a variação da excentricidade em qualquer ponto pode ser considerada igual ao deslocamento vertical da viga naquela seção.

O comportamento à flexão das vigas protendidas com cabos não aderentes pode ser representado pela curva momento \times deslocamento transversal da viga (Figura 3.1). Esta mesma curva também pode representar esquematicamente o comportamento momento \times curvatura de uma seção qualquer da peça. Conceitualmente, pode-se dividir o diagrama em alguns trechos. No trecho **AB**, tem-se um comportamento elástico linear não fissurado. O patamar **BC** representa a fissuração da viga. A parte **CD** representa o comportamento elástico linear após a fissuração. O trecho **DE** corresponde ao comportamento não linear, sendo que o ponto **E** representa a resistência última da viga. O ponto **F** representa a ruína. Obviamente, esta é uma representação esquemática. Na prática, estes trechos não são tão bem definidos, ocorrendo uma transição gradual entre os trechos **AB** e **CD** durante a fissuração da viga.

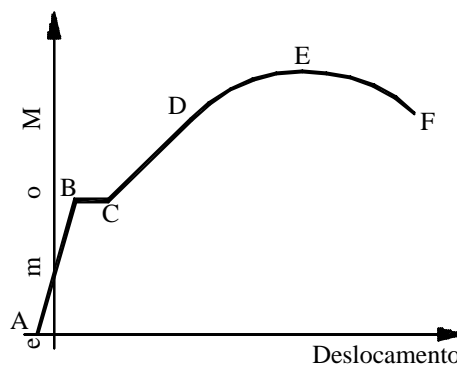


Figura 3.1 - Representação esquemática da curva momento x deslocamento transversal (NAAMAN, 1990)

A seguir, serão apresentadas algumas metodologias propostas por alguns pesquisadores e em algumas normas (ACI-318, 1999 e BS 8110, 1985) para a determinação da tensão última nos cabos não aderentes. Será exposto também o método proposto por NAAMAN (1990) para a determinação da tensão no cabo nas fases elásticas lineares antes e depois da fissuração.

3.2.1. PRESCRIÇÕES DO ACI 318 (1999)

O item 18.22 do ACI-318 (1999) trata especificamente da protensão externa. Segundo o comentário deste item da norma, a protensão externa é um método versátil para promover aumento de resistência e melhorar as condições em serviço das estruturas existentes, sendo, portanto, um método adequado para a reabilitação de estruturas. Segundo a norma, a menos que sejam utilizados artifícios para promover a aderência entre o cabo externo e o concreto, os cabos externos devem ser tratados como cabos não aderentes para o cálculo da resistência das peças. Os cabos devem estar fixados ao concreto de maneira a manter a excentricidade desejada entre eles e o centróide da seção. Ou seja, o efeito de segunda ordem gerado pelo deslocamento relativo entre o cabo externo e o eixo da viga não é considerado nos cálculos e, portanto, deve ser evitado mediante a provisão de desviadores.

A verificação das vigas protendidas com cabos externos quanto aos Estados Limites Últimos é feita de maneira semelhante às vigas de concreto armado. Assim como nas vigas não protendidas, deve-se satisfazer ao equilíbrio de forças e à compatibilidade de deformações e assumem-se as seguintes hipóteses:

- Seções originalmente planas permanecem planas após a deformação;

- Máxima deformação de compressão no concreto é admitida igual a 0,003;
- Despreza-se a resistência à tração do concreto;
- Pode-se assumir diagrama retangular de tensões no concreto (Figura 3.2);
- A tensão na armadura passiva é obtida pelo produto da deformação unitária pelo módulo de elasticidade até a tensão de escoamento (f_y), a partir da qual a tensão no aço permanece constante e igual a f_y .

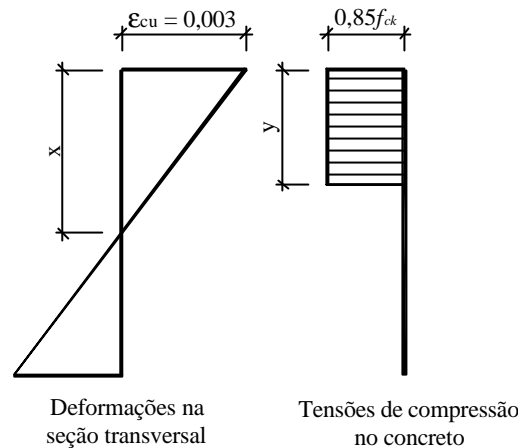


Figura 3.2 – Deformações e tensões hipotéticas numa seção transversal no ELU segundo o ACI-318 (1999)

Vale observar que, para efeito deste trabalho, se está utilizando f_{ck} no lugar do f'_c como aproximação satisfatória. No diagrama retangular de tensões no concreto (Figura 3.2), a altura do trecho comprimido é dada por:

$$y = \beta_1 \cdot x$$

onde x é a altura da linha neutra e β_1 é dado por:

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= 0,85 && \text{para } f_{ck} \leq 27,6 \text{ MPa} \\
 \beta_1 &= 0,85 - \frac{7,25(f_{ck} - 27,6)}{1000} && \text{para } 27,6 < f_{ck} \leq 55,2 \text{ MPa} \\
 \beta_1 &= 0,65 && \text{para } f_{ck} > 55,2 \text{ MPa}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Como já foi dito anteriormente, a determinação da deformação e, conseqüentemente, da tensão na armadura não aderente protendida depende da análise de deformações em toda a viga, o que é trabalhoso. Para simplificar este trabalho, o ACI-318 (1999) permite que se utilizem equações simplificadas para determinação da tensão nos cabos não aderentes, desde que a tensão efetiva no cabo de protensão após perdas seja maior do que 50% da tensão última de tração no aço

($\sigma_{p\infty} \geq 0,5 f_{pu}$). Ou seja, não se pode trabalhar com tensões muito pequenas na armadura protendida.

Para os elementos com relação $\ell/d_p \leq 35$, a tensão na armadura protendida não aderente é dada por:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \quad (\text{MPa}) \quad (3.2)$$

$$\text{desde que } \sigma_p < \begin{cases} f_{py} \\ \sigma_{p\infty} + 413 \end{cases} \quad (\text{MPa})$$

Para elementos com $\ell/d_p > 35$, a tensão no cabo não aderente vale:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + 70 + \frac{f_{ck}}{300 \cdot \rho_p} \quad (\text{MPa}) \quad (3.3)$$

$$\text{desde que } \sigma_p < \begin{cases} f_{py} \\ \sigma_{p\infty} + 207 \end{cases} \quad (\text{MPa})$$

onde ρ_p é a taxa geométrica da armadura de protensão.

De acordo com o ACI-ASCE COMMITTEE 423 (1989), a equação (3.2) foi desenvolvida a partir do resultado de ensaios em vigas. Alguns ensaios posteriores em lajes mostraram que esta equação superestimava o aumento de tensão nos cabos para relações ℓ/d_p mais elevadas. Ainda segundo o referido texto, até que se obtenha uma fórmula geral que possa ser aplicada para vigas ou lajes, ou seja, que valha para qualquer relação ℓ/d_p , a equação (3.3) deve ser utilizada para $\ell/d_p > 35$.

A partir da determinação da tensão no cabo não aderente, pode-se fazer o equilíbrio de forças na seção transversal e obter a altura da linha neutra (ou altura do diagrama de compressão no concreto). Daí, calcula-se o momento resistente da seção. No caso de uma viga de seção T com linha neutra abaixo da mesa e características geométricas definidas na Figura 3.3, admitindo-se que ambas as armaduras passivas (tracionada e comprimida) entrem em escoamento, o equilíbrio de forças na seção é expresso por:

$$A_p \sigma_p + A_s f_y - A'_s f'_y = C_f + 0,85 f_{ck} b_w \beta_1 x \quad (3.4)$$

e o momento resistente é dado por:

$$M_n = A_p \sigma_p d_p + A_s f_y d_s - A'_s f'_y d'_s - 0,85 f_{ck} b_w \frac{(\beta_1 x)^2}{2} - C_f \frac{h_f}{2} \quad (3.5)$$

onde $C_f = 0,85 f_{ck} (b_f - b_w) h_f$.

Para vigas de seção T com linha neutra na mesa ou para seções retangulares, podem ser utilizadas as equações (3.4) e (3.5) fazendo-se $C_f = 0$ e $b_w = b_f$.

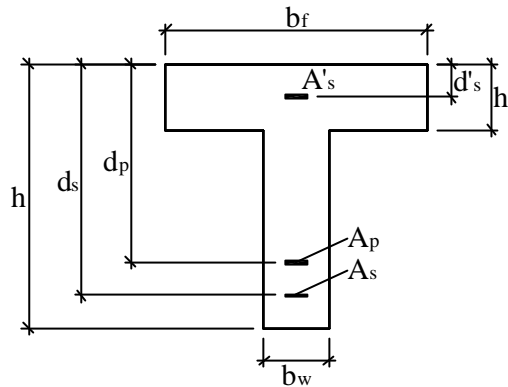


Figura 3.3 - Características geométricas da seção transversal de uma viga T

As vigas armadas com cabos não aderentes podem apresentar comportamento de arco atirantado próximo ao ELU. Para assegurar que isto não aconteça e que elas tenham comportamento de flexão até a ruína, é necessário dispor uma área mínima de armadura aderente determinada de acordo com a expressão:

$$A_{s\min} = 0,004 A \quad (3.6)$$

onde A é a área compreendida entre o bordo mais tracionado e o centro de gravidade da seção transversal. Esta armadura também tem a função de limitar a abertura de fissuras da peça em serviço. A equação (3.6) foi determinada a partir de ensaios comparativos entre vigas protendidas com cabos aderentes e vigas protendidas com cabos não aderentes.

As equações propostas pelo ACI-318 (1999) para a determinação da tensão última no cabo não aderente são bastante simples e de fácil aplicação. Em contrapartida, muitos dos parâmetros que influenciam na determinação do valor da tensão última do cabo, como por exemplo a área de armadura passiva, não são considerados. A formulação proposta pela norma baseia-se apenas na relação f_{ck} / ρ_p e é descontínua em $\ell/d_p = 35$. Além disso, as equações foram determinadas por meio da análise de resultados de ensaios apenas de elementos bi-apoiados submetidos à protensão completa.

3.2.2. PRESCRIÇÕES DA BS 8110 (1985)

A BS 8110 (1985) também propõe uma equação obtida a partir de resultados experimentais para a determinação da tensão última em cabos não aderentes. Da mesma forma que no caso anterior, a verificação das vigas protendidas com cabos externos quanto aos Estados Limites Últimos é feita de maneira semelhante às vigas de concreto armado, devendo-se satisfazer ao equilíbrio de forças e à compatibilidade de deformações. Valem as seguintes hipóteses:

- Seções originalmente planas permanecem planas após a deformação;
- Máxima deformação de compressão no concreto é admitida igual a 0,0035;
- Despreza-se a resistência à tração do concreto;
- Pode-se assumir diagrama retangular de tensões no concreto (Figura 3.4);
- Tensão na armadura passiva é obtida pelo produto da deformação unitária pelo módulo de elasticidade até a tensão de escoamento (f_y), a partir da qual a tensão no aço permanece constante e igual a f_y .

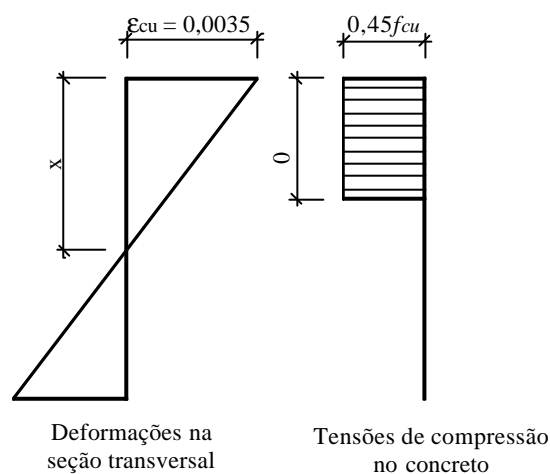


Figura 3.4 – Deformações e tensões hipotéticas numa seção transversal no ELU segundo a BS 8110 (1985)

A BS 8110 (1985) utiliza como parâmetro a resistência à compressão do corpo-de-prova cúbico de concreto aqui denominada de f_{cu} . Deve-se salientar que no valor de $0,45 f_{cu}$ admitido para a tensão no concreto no ELU já está incluído o coeficiente de redução da resistência do concreto $\gamma_c = 1,5$.

Para a determinação da tensão no cabo não aderente, partiu-se da hipótese de que o comprimento da região plastificada no ELU vale 10 vezes o valor da altura da linha neutra (x) e chegou-se, à seguinte equação:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \frac{7000}{l/d_p} \left(1 - 1,7 \frac{f_{pu} A_p}{f_{cu} b_f d_p} \right) \quad (\text{MPa})$$

onde l pode ser tomado como o comprimento do cabo entre as ancoragens.

A altura da linha neutra pode ser calculada pela equação:

$$x = 2,47 \left(\frac{f_{pu} A_p}{f_{cu} b_f d_p} \cdot \frac{\sigma_p}{f_{pu}} d_p \right)$$

Ainda segundo a norma, o momento resistente pode ser calculado por:

$$M_n = \sigma_p A_p \left(d_p - \frac{0,9x}{2} \right)$$

A armadura interna aderente de área A_s , quando houver, pode ser substituída, para efeito de cálculo, por uma área equivalente da armadura protendida determinada pela relação:

$$(A_p)_{eq} = A_s \frac{f_y}{f_{pu}}$$

Apesar de simplificar, a BS 8110 considera a presença da armadura passiva no cálculo da tensão da armadura protendida não aderente. Observe-se que, quanto maior a área da armadura passiva que se tenha, menor será a tensão no cabo não aderente, como era de se esperar.

3.2.3. PROPOSTA DE NAAMAN

NAAMAN (1990) e NAAMAN & ALKHAIRI (1991) propõem uma metodologia simples para a análise das vigas submetidas à protensão com cabos não aderentes. O processo de cálculo proposto é igual ao que se faz para protensão com cabos aderentes, incluindo-se apenas um fator de redução das deformações da armadura não aderente. Este método será também chamado no decorrer do trabalho de Método do Coeficiente de Redução das Deformações.

São estabelecidos três coeficientes de redução das deformações: um, Ω , para a fase de comportamento linear antes do início da fissuração (trecho **AB** do diagrama

da Figura 3.1), outro, Ω_c , para a fase de comportamento linear após a fissuração (trecho **CD** do diagrama da Figura 3.1) e outro, Ω_u , para o Estado Limite Último (ponto **E** do diagrama da Figura 3.1).

3.2.3.1. Fase elástica linear antes da fissuração

Fazendo-se uma análise com um carregamento crescente, esta fase se inicia a partir do estado de referência, definido como aquele em que atuam apenas a força de protensão efetiva (após perdas) e as cargas permanentes, e termina quando começa a fissuração da viga. Ou seja, a metodologia que será exposta a seguir se aplica à determinação do acréscimo de tensão na armadura protendida para qualquer momento fletor maior do que o correspondente às cargas permanentes (M_D) e menor que o momento fletor de fissuração (M_f).

Para a análise das vigas nesta fase de comportamento, foram assumidas as seguintes hipóteses:

- Comportamento elástico linear dos materiais;
- Distribuição linear das tensões no concreto;
- Efeitos de segunda ordem desprezados (no caso de cabos externos).

Definindo $\sigma_{p\infty}$ como a tensão efetiva no cabo de protensão após perdas e σ_p como a tensão no cabo em qualquer estágio de carregamento, pode-se escrever que:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_p \quad (3.7)$$

onde $\Delta\sigma_p$ é a variação de tensão no cabo devido ao aumento do carregamento da viga.

Para as vigas com cabos aderentes, sabe-se que a variação da deformação da armadura protendida é igual à variação da deformação do concreto no nível do cabo em cada seção. Portanto:

$$(\Delta\varepsilon_p)_{ad} = (\Delta\varepsilon_{cp})_{ad}$$

No caso das vigas com cabos não aderentes, a variação da deformação do cabo equivale a um valor médio da variação das deformações do concreto no nível do cabo em toda a viga e possui um valor constante, ou seja:

$$(\Delta\varepsilon_p)_{nad} = (\Delta\varepsilon_{cp})_{médio}$$

O coeficiente de redução das deformações é definido, para a seção de momento fletor máximo, como uma razão entre a variação da deformação no cabo não aderente e a variação da deformação num cabo aderente equivalente, como segue:

$$\Omega = \frac{(\Delta\varepsilon_p)_{m\text{nad}}}{(\Delta\varepsilon_p)_{m\text{ad}}} = \frac{(\Delta\varepsilon_{cp})_{m\text{edio}}}{(\Delta\varepsilon_{cp})_{m\text{ad}}}$$

Segundo proposto por NAAMAN (1990), o coeficiente Ω pode ser calculado para vigas com seção transversal constante e simetria tanto de carregamento como da geometria do cabo, na forma mais geral, pela expressão¹:

$$\Omega = \frac{2}{\Delta M_{max} \cdot (e_p)_{max} \cdot \ell} \int_0^{\ell/2} \Delta M(x) \cdot e_p(x) \cdot dx \quad (3.8)$$

onde ΔM_{max} e $\Delta M(x)$ são as variações de momento fletor na seção crítica e ao longo da viga, respectivamente, e $(e_p)_{max}$ e $e_p(x)$ são as excentricidades do cabo na seção crítica e ao longo da viga, respectivamente. Para os casos mais comuns de carregamento e de geometria do cabo, as expressões para o coeficiente Ω foram determinadas por NAAMAN (1990) e podem ser encontrados na Tabela 3.1. Pode-se perceber que, nos casos apresentados, Ω depende do tipo de carregamento, da forma do cabo e da razão entre a excentricidade do cabo na extremidade da viga (e_{pa}) e a excentricidade máxima (e_{pm}).

Tabela 3.1 - Expressões para o coeficiente de redução das deformações Ω para estágio linear não fissurado

Geometria do cabo \ Tipo de carregamento	Cabo reto	Cabo com um desviador	Cabo parabólico
Carga distribuída	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{12} + \frac{1}{4} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$	$\frac{8}{15} + \frac{2}{15} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$
Uma carga concentrada no meio do vão	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$	$\frac{5}{12} + \frac{1}{12} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$
Duas cargas concentradas a a dos apoios	$1 - \alpha$	$\frac{23}{54} + \frac{13}{54} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$	$\frac{44}{81} + \frac{10}{81} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$

¹ A dedução desta expressão está descrita no Apêndice I deste trabalho.

No caso das vigas ensaiadas neste trabalho, ou seja, vigas submetidas a duas cargas concentradas a $\ell/3$ dos apoios e com cabos desviados em dois pontos, sob as cargas, o coeficiente de redução das deformações para a fase elástica linear antes da fissuração foi determinado a partir da equação (3.8) e vale:

$$\Omega = \frac{5}{9} + \frac{1}{9} \cdot \frac{e_{pa}}{e_{pm}}$$

A partir daí, o valor de Ω pode ser incorporado às expressões utilizadas para a análise de vigas protendidas com cabos aderentes, para qualquer estágio de carregamento entre o estágio de referência e o início da fissuração, de forma a determinar as tensões e as deformações na armadura e no concreto na seção crítica. A seguir é mostrada a dedução da expressão de σ_p como feita inicialmente por NAAMAN (1979)² para vigas com cabos aderentes.

Como convenção, as tensões de tração foram consideradas positivas e as de compressão, negativas. Além disso, foram assumidas como positivas as distâncias do centro de gravidade à qualquer ponto abaixo da linha neutra da seção, e como negativas as distâncias aos pontos acima da linha neutra.

A tensão no concreto adjacente à armadura protendida aderente equivalente no estado de referência, no qual atuam a força de protensão efetiva (P_∞) e o momento devido às cargas permanentes (M_D), é dada por:

$$(\sigma_{cp})_{P_\infty + M_D} = -\frac{\sigma_{p\infty} \cdot A_p}{I} \cdot (r^2 + e_{pm}^2) + \frac{M_D \cdot e_{pm}}{I} \quad (3.9)$$

onde r é o raio de giração da seção.

Num estágio qualquer, no qual atua um momento M ($M_r > M > M_D$), a tensão no concreto adjacente ao cabo aderente equivalente é dada por:

$$(\sigma_{cp})_{P+M} = -\frac{\sigma_{p\infty} \cdot A_p}{I} \cdot (r^2 + e_{pm}^2) \cdot \frac{\sigma_p}{\sigma_{p\infty}} + \frac{M \cdot e_{pm}}{I} \quad (3.10)$$

Sabe-se que a variação da deformação no cabo não aderente é igual à variação da deformação no concreto adjacente a um cabo aderente equivalente multiplicada pelo coeficiente Ω , ou seja:

² NAAMAN, A.E. (1979). *Analysis and design of partially prestressed concrete beams*. Notas de aula

$$(\Delta \varepsilon_p)_m \text{ nad} = \Omega \cdot (\Delta \varepsilon_{cp})_m \text{ ad} = \Omega \cdot \frac{(\sigma_{cp})_{P+M} - (\sigma_{cp})_{P_\infty+M_D}}{E_c}$$

Daí, tem-se que a variação de tensão no cabo não aderente vale:

$$\Delta \sigma_p = \Omega \cdot \frac{E_p}{E_c} \cdot [(\sigma_{cp})_{P+M} - (\sigma_{cp})_{P_\infty+M_D}] \quad (3.11)$$

Substituindo-se as equações (3.9), (3.10) e (3.11) na equação (3.7) tem-se:

$$\sigma_p = \sigma_{p_\infty} + \Omega \cdot \frac{E_p}{E_c} \cdot \left[\frac{-\sigma_{p_\infty} \cdot A_p}{I} (r^2 + e_{pm}^2) \cdot \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_{p_\infty}} - 1 \right) + \frac{(M - M_D) \cdot e_{pm}}{I} \right]$$

Rearranjando os termos da equação acima, chega-se à expressão final para σ_p :

$$\sigma_p = \sigma_{p_\infty} + \frac{\Omega \cdot (M - M_D) \cdot e_{pm}}{I \cdot \frac{E_c}{E_p} + A_p (r^2 + e_{pm}^2)} \quad (3.12)$$

A partir daí podem ser obtidas as tensões no concreto em qualquer ponto da seção transversal pela expressão:

$$\sigma_c = -\frac{\sigma_p \cdot A_p}{I} \cdot (r^2 + e_{pm} \cdot y) + \frac{M \cdot y}{I}$$

onde y é a distância do centro de gravidade da seção ao ponto considerado.

A tensão na armadura aderente pode ser obtida utilizando-se a compatibilidade de deformações e as relações tensão \times deformação do aço e do concreto.

3.2.3.2. Fase elástica linear após fissuração

Esta fase se refere ao trecho **CD** do diagrama momento \times deslocamento transversal (Figura 3.1), no qual a viga encontra-se fissurada, mas ainda é possível admitir um comportamento elástico linear dos materiais. Para a análise da viga nesta etapa, NAAMAN (1990) considera que apenas uma fissura aparece na seção de momento máximo e que a viga está dividida em duas partes: uma não fissurada, de momento de inércia I_g , e uma fissurada, de momento de inércia I_{cr} (Figura 3.5). A soma das aberturas das fissuras tem o valor ℓ_c , e a região não fissurada, um comprimento $\ell - \ell_c$.

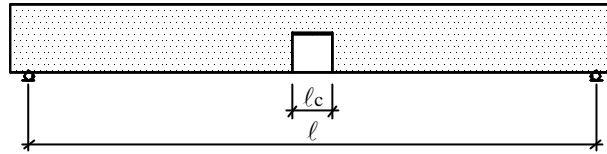


Figura 3.5 - Idealização da viga fissurada segundo NAAMAN (1990)

De modo análogo ao caso anterior, NAAMAN (1990) define o coeficiente de redução das deformações na armadura não aderente pela razão entre a variação da deformação no cabo não aderente e a variação da deformação num cabo aderente equivalente. Pode-se demonstrar³ que para vigas de seção transversal constante, carregamento simétrico e geometria do cabo também simétrica, a expressão do coeficiente de redução das deformações para esta etapa de comportamento (fase elástica linear fissurada) pode ser dada por:

$$\Omega_c = \Omega \cdot \frac{I_{cr}}{I_g} + \frac{2}{\ell} \cdot \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \cdot \int_0^{\ell_c/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_p(x)}{\Delta M_{max} \cdot (e_p)_{max}} \cdot dx$$

Para alguns casos comuns de carregamento e geometria do cabo, as expressões de Ω_c foram determinadas por NAAMAN (1990) e podem ser encontradas na Tabela 3.2. Pode-se observar que os valores de Ω_c dependem dos seguintes fatores:

- O valor de Ω no estado não fissurado;
- A razão entre os momentos de inércia da seção fissurada e da seção bruta;
- A razão entre o comprimento da região fissurada e o vão da viga.

Da Tabela 3.2 vê-se que, desde que o termo ℓ_c/ℓ seja pequeno, o que geralmente acontece na prática, pode-se assumir a seguinte aproximação:

$$\Omega_c \cong \Omega \cdot \frac{I_{cr}}{I_g}$$

Para se determinar as tensões e as deformações nas armaduras e no concreto é preciso primeiramente encontrar a posição da linha neutra x (ponto de tensão nula). A partir das equações que expressam equilíbrio de forças, equilíbrio de momentos, compatibilidade de deformações e as relações tensão x deformação para a viga cuja seção transversal e diagrama de tensões estão mostrados na Figura 3.6, chega-se à seguinte equação do 3º grau em x :

³ Esta demonstração encontra-se no apêndice I desta dissertação.

$$\left[\frac{A_p E_p}{3M} (\epsilon_{p\infty} - \Omega_c \epsilon_{c\infty}) b_w \right] x^3 + \left[b_w - \frac{A_p E_p}{M} (\epsilon_{p\infty} - \Omega_c \epsilon_{c\infty}) b_w d_p \right] x^2 + \left\{ 2(b_f - b_w) h_f + \frac{2A_s E_s}{E_{cs}} + \frac{2A'_s E'_s}{E_{cs}} + \frac{2A_p E_p}{E_{cs}} \Omega_c - \frac{A_p E_p}{M} (\epsilon_{p\infty} - \Omega_c \epsilon_{c\infty}) \right\} [2(b_f - b_w) h_f d_p - (b_f - b_w) h_f^2 - \frac{2A_s E_s}{E_{cs}} (d_s - d_p) + \frac{2A'_s E'_s}{E_{cs}} (d'_s - d_p)] x - \left\{ (b_f - b_w) h_f^2 + \frac{2}{E_{cs}} (A_s E_s d_s + A'_s E'_s d'_s + \Omega_c A_p E_p d_p) + \frac{A_p E_p}{M} \cdot (\epsilon_{p\infty} - \Omega_c \epsilon_{c\infty}) \left[\frac{2}{3} (b_f - b_w) h_f^3 + \frac{2A_s E_s}{E_{cs}} (d_s - d_p) d_s + \frac{2A'_s E'_s}{E_{cs}} (d'_s - d_p) d'_s - (b_f - b_w) h_f^2 d_p \right] \right\} = 0$$

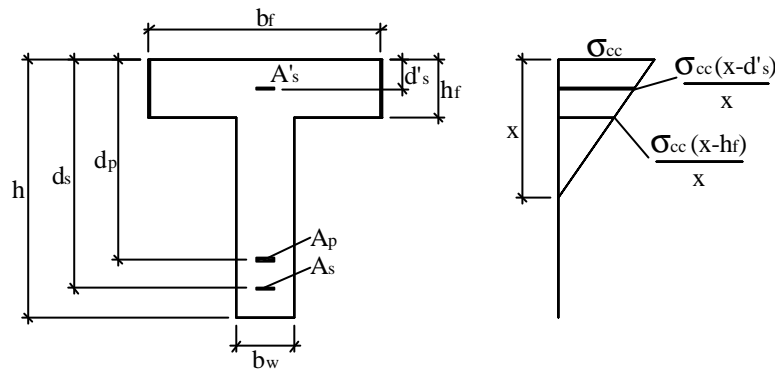


Figura 3.6 - Seção transversal da viga e diagrama de tensões da seção fissurada

Para se determinar a posição da linha neutra é necessário fazer algumas iterações. O valor de x , depende do valor do coeficiente de redução das deformações, que depende da inércia da seção fissurada, que é determinada a partir da posição da linha neutra (x). Feitas as iterações e determinado x , pode-se calcular a tensão no concreto na fibra mais comprimida por meio da seguinte expressão:

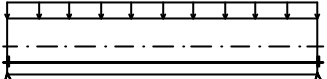
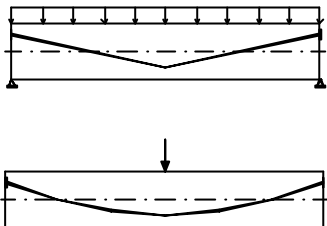
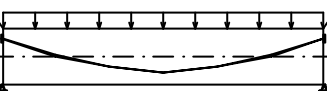
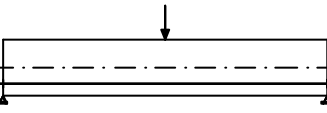
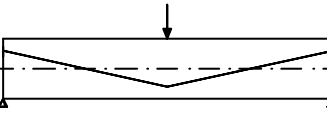
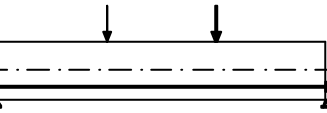
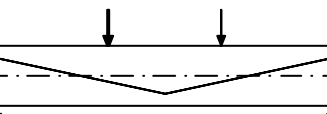
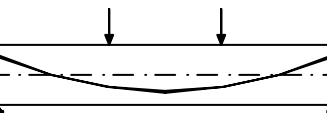
$$\sigma_{cc} = \frac{A_p E_p (\epsilon_{p\infty} - \Omega_c \epsilon_{c\infty}) x}{\frac{b_f x^2}{2} - \frac{(b_f - b_w)}{2} (x - h_f)^2 - \Omega_c \frac{A_p E_p}{E_c} (d_p - x) - \frac{A_s E_s}{E_c} (d_s - x) - \frac{A'_s E'_s}{E_c} (d'_s - x)}$$

A partir da compatibilidade de deformações e das relações tensão deformação do aço e do concreto obtêm-se as tensões nas armaduras:

$$\sigma_p = E_p (\epsilon_{p\infty} - \Omega_c \epsilon_{c\infty}) + \Omega_c \frac{E_p}{E_c} \sigma_{cc} \left(\frac{d_p - x}{x} \right) \quad (3.13)$$

$$\sigma_s = \frac{E_s}{E_c} \sigma_{cc} \left(\frac{d_s - x}{x} \right) \quad \sigma'_s = \frac{E'_s}{E_c} \sigma_{cc} \left(\frac{x - d'_s}{x} \right)$$

Tabela 3.2– Expressões para Ω_c - estágio linear fissurado

Configurações do cabo e do carregamento*	Coeficiente de redução das deformações (Ω_c)
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left(\frac{\ell_c}{\ell} - \frac{1}{3} \frac{\ell_c^3}{\ell^3} \right)$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left[\frac{1}{2} \frac{e_{pa}}{e_{pm}} \frac{\ell_c^2}{\ell^2} - \frac{1}{4} \frac{e_{pa}}{e_{pm}} \frac{\ell_c^4}{\ell^4} + \frac{\ell_c}{\ell} + \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \frac{\ell_c^2}{\ell^2} - \frac{1}{3} \frac{\ell_c^3}{\ell^3} + \frac{1}{4} \frac{\ell_c^4}{\ell^4} \right]$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left[\frac{e_{pa}}{e_{pm}} \left(\frac{1}{3} \frac{\ell_c^3}{\ell^3} - \frac{1}{5} \frac{\ell_c^5}{\ell^5} \right) + \frac{\ell_c}{\ell} + \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \frac{\ell_c^3}{\ell^3} + \frac{1}{5} \frac{\ell_c^5}{\ell^5} \right]$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left(\frac{\ell_c}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\ell_c^2}{\ell^2} \right)$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \frac{\ell_c}{\ell} \right) \left(\frac{e_{pa}}{e_{pm}} - 1 \right) \frac{\ell_c^2}{\ell^2} + \right. \\ \left. \frac{\ell_c}{\ell} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\ell_c}{\ell} \right) \right]$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left[-\frac{1}{12} + \frac{3}{2} \frac{\ell_c}{\ell} - \frac{3}{4} \frac{\ell_c^2}{\ell^2} \right]$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left[-\frac{1}{108} \frac{e_{pa}}{e_{pm}} + \frac{3}{4} \frac{\ell_c^2}{\ell^2} \left(\frac{e_{pa}}{e_{pm}} - 2 \right) \right. \\ \left. - \frac{2}{27} + \frac{3}{2} \frac{\ell_c}{\ell} - \frac{1}{2} \frac{\ell_c^3}{\ell^3} \left(\frac{e_{pa}}{e_{pm}} - 1 \right) \right]$
	$\Omega_c = \Omega \frac{I_{cr}}{I_g} + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \left[+\frac{3}{2} \frac{\ell_c}{\ell} - \frac{3}{4} \frac{\ell_c^2}{\ell^2} + \frac{1}{2} \frac{\ell_c^3}{\ell^3} \left(\frac{e_{pa}}{e_{pm}} - 1 \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{648} \left(\frac{e_{pa}}{e_{pm}} + 53 \right) - \frac{3}{8} \frac{\ell_c^4}{\ell^4} \left(\frac{e_{pa}}{e_{pm}} - 1 \right) \right]$

* e_{pa} = excentricidade do cabo no apoio e_{pm} = excentricidade do cabo no meio do vão

3.2.3.3. Análise do comportamento das vigas no ELU

No Estado Limite Último (ELU), assim como nos dois casos anteriores para o comportamento da viga em serviço, o aumento de tensão no cabo não aderente é sensivelmente menor do que aconteceria num cabo aderente nas mesmas condições. NAAMAN & ALKHAIRI (1991) propõem, então, um coeficiente de redução das deformações a partir dos mesmos princípios anteriores, só que agora para o Estado Limite Último:

$$\Omega_u = \frac{(\Delta\varepsilon_{pn})_m}{(\Delta\varepsilon_{pa})_m}$$

onde $(\Delta\varepsilon_{pn})_m$ é a variação de deformação no cabo não aderente e $(\Delta\varepsilon_{pa})_m$ é a variação da deformação num cabo aderente equivalente, na seção de momento fletor máximo.

Sabe-se que, no caso dos cabos aderentes, a variação da deformação do cabo em qualquer seção é igual à variação da deformação do concreto no nível do cabo naquela seção. Daí, pode-se escrever que:

$$(\Delta\varepsilon_{pa})_m = (\Delta\varepsilon_{cp})_m = \varepsilon_{c\infty} + \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p}{x} - 1 \right)$$

onde d_p e x são as distâncias da fibra mais comprimida ao centro de gravidade da armadura protendida e à linha neutra, respectivamente, $\varepsilon_{c\infty}$ é a deformação do concreto no nível da armadura protendida devido à força de protensão efetiva (após perdas) e $(\Delta\varepsilon_{cp})_m$ é o máximo aumento de deformação no concreto no nível de uma armadura protendida aderente equivalente a partir do estado de referência (Figura 3.7).

Admitindo-se que seja dado o valor do coeficiente de redução das deformações para o ELU, Ω_u , pode-se obter as deformações nos cabos não aderentes pela equação:

$$(\Delta\varepsilon_{pn})_m = \Omega_u \cdot \varepsilon_{c\infty} + \Omega_u \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p}{x} - 1 \right)$$

Assumindo-se que a tensão no cabo não aderente permanece na fase elástica linear, o que geralmente acontece na prática, a variação de tensão na armadura protendida não aderente pode ser obtida por:

$$(\Delta\sigma_p)_m = \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{c\infty} + \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p}{x} - 1 \right) \quad (3.14)$$

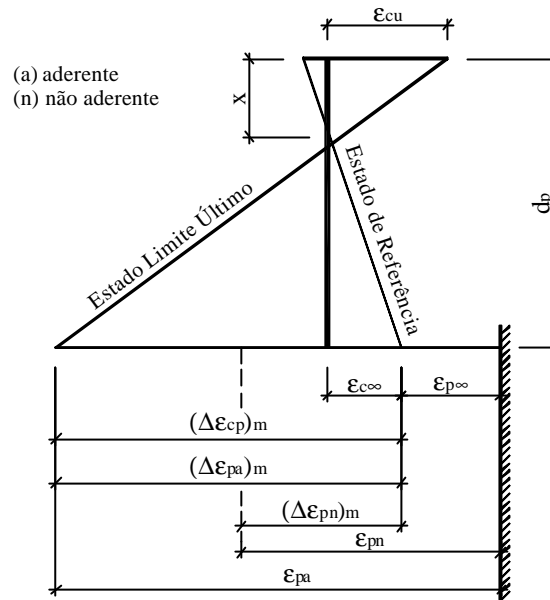


Figura 3.7 - Distribuição das deformações ao longo da seção de momento máximo

A tensão final no cabo, correspondendo a este acréscimo de tensão, pode ser dada pela expressão:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + (\Delta\sigma_p)_m = \sigma_{p\infty} + \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{c\infty} + \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p}{x} - 1 \right) \quad (3.15)$$

Na equação (3.15) são desconhecidos os valores de Ω_u , x e σ_p . Se o valor de Ω_u puder ser determinado de alguma forma, a partir da equação anterior e do equilíbrio de forças da seção pode-se determinar x e σ_p , e, com eles, o momento resistente da seção.

Apesar de terem sido feitas algumas tentativas para se conseguir representar Ω_u analiticamente, NAAMAN & ALKHAIRI (1991) optaram por uma solução empírica, determinando Ω_u a partir de resultados experimentais obtidos anteriormente por outros pesquisadores. Foram coletados dados de 143 vigas e lajes ensaiadas por 15 pesquisadores entre 1962 e 1990, em várias partes do mundo. A relação vão – altura útil da armadura protendida (l/d_p) variou de 7,8 a 45, englobando a faixa de aplicação prática comum para vigas e lajes. Os elementos ensaiados foram divididos em dois grupos a depender do tipo de carregamento. O primeiro grupo correspondia

a elementos submetidos a uma carga concentrada e o segundo grupo, a elementos submetidos a duas cargas concentradas ou a uma carga uniformemente distribuída. Da análise dos resultados experimentais foi determinada uma expressão de Ω_u para cada grupo:

$$\Omega_u = \frac{2,6}{\left(\frac{\ell}{d_p}\right)} \quad \text{para uma carga concentrada} \quad (3.16)$$

$$\Omega_u = \frac{5,4}{\left(\frac{\ell}{d_p}\right)} \quad \text{para duas cargas concentradas ou carga distribuída} \quad (3.17)$$

Segundo os autores, comparando-se os valores de $\Delta\sigma_p$ e σ_p obtidos por meio das equações (3.14) e (3.15), e de equações propostas por outros pesquisadores, com resultados obtidos em ensaios, observou-se que os valores encontrados utilizando-se a metodologia proposta por eles apresentou a melhor correlação com os valores experimentais.

Ainda segundo NAAMAN & ALKHAIRI (1991), apesar de se ter determinado o valor de σ_p para vigas bi-apoiadas, pode-se facilmente estendê-lo para vigas contínuas. Para tanto, deve-se considerar o fato de que a deformação do cabo é uniformemente distribuída ao longo de toda a viga e que o Estado Limite Último pode ocorrer em apenas um vão. Sendo assim, a variação da deformação no cabo deve ser multiplicada por um coeficiente redutor que leve em conta este aspecto.

Para que a maioria dos valores experimentais de σ_p estivessem abaixo dos valores determinados pela metodologia proposta por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e as expressões pudessem ser adotadas em norma, foram testados vários coeficientes em substituição aos valores 2,6 e 5,4 das expressões (3.16) e (3.17), chegando-se às seguintes expressões finais:

$$\Omega_u = \frac{1,5}{\left(\frac{\ell}{d_p}\right)} \quad \text{para uma carga concentrada} \quad (3.18)$$

$$\Omega_u = \frac{3,0}{\left(\frac{\ell}{d_p}\right)} \quad \text{para duas cargas concentradas ou carga distribuída} \quad (3.19)$$

Segundo os autores, a tensão no cabo deve ser calculada pela fórmula:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \Delta\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p}{x} - 1 \right) \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2} \quad (3.20)$$

onde ℓ_1 é o comprimento do vão carregado ou soma dos comprimentos dos vãos carregados afetados pelo mesmo cabo e ℓ_2 é o comprimento do cabo entre as ancoragens. Deve-se garantir que o valor de σ_p fique limitado a $0,94f_{py}$ de forma que se esteja trabalhando no regime elástico linear do aço de protensão. Valores calculados com as equações (3.18) a (3.20) e valores calculados segundo as expressões de algumas normas foram comparados com valores experimentais. Os resultados encontrados utilizando-se a metodologia aqui exposta apresentaram a melhor correlação com os dados obtidos nos ensaios.

Como já foi dito anteriormente, com o valor de Ω_u conhecido, a partir da equação (3.20) e do equilíbrio de forças na seção crítica expresso pela equação (3.4), pode-se determinar a posição da linha neutra e o valor da tensão σ_p no cabo de protensão. O valor da altura da linha neutra é dado por:

$$x = \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}$$

onde

$$A_1 = 0,85 f_{ck} b_w \beta_1$$

$$B_1 = A_p \cdot \left(E_p \varepsilon_{cu} \Omega_u \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2} - \sigma_{p\infty} \right) + A'_s f'_y - A_s f_y + C_f$$

$$C_1 = -A_p E_p \varepsilon_{cu} \Omega_u d_p \frac{\ell_1}{\ell_2}$$

Substituindo-se o valor da altura da linha neutra na equação (3.20) obtém-se o valor de σ_p e por meio da equação (3.5), o momento resistente. Para vigas de seção T com linha neutra na mesa ou para seções retangulares, podem ser utilizadas as mesmas equações anteriores fazendo-se $C_f = 0$ e $b_w = b_f$.

3.2.4. PROPOSTA DE HARAJLI

HARAJLI (1999) propõe um modelo analítico de fácil aplicação para determinação da tensão no cabo de protensão e do momento fletor resistente de vigas submetidas à protensão externa. O método proposto é baseado na compatibilidade de deformações e leva em consideração a redução da altura útil do cabo de protensão devido à deformação da viga (efeito de segunda ordem) quando não forem usados desviadores. Resultados encontrados com as equações propostas são comparados com resultados experimentais de 34 vigas de trabalhos anteriores.

Os passos para determinação das equações propostas em HARAJLI (1999) são descritos a seguir. Para determinação da flecha da viga no meio do vão o autor se baseia em PARK & PAULAY (1975) e considera distribuição idealizada da curvatura ao longo do vão, como mostrado na Figura 3.8.

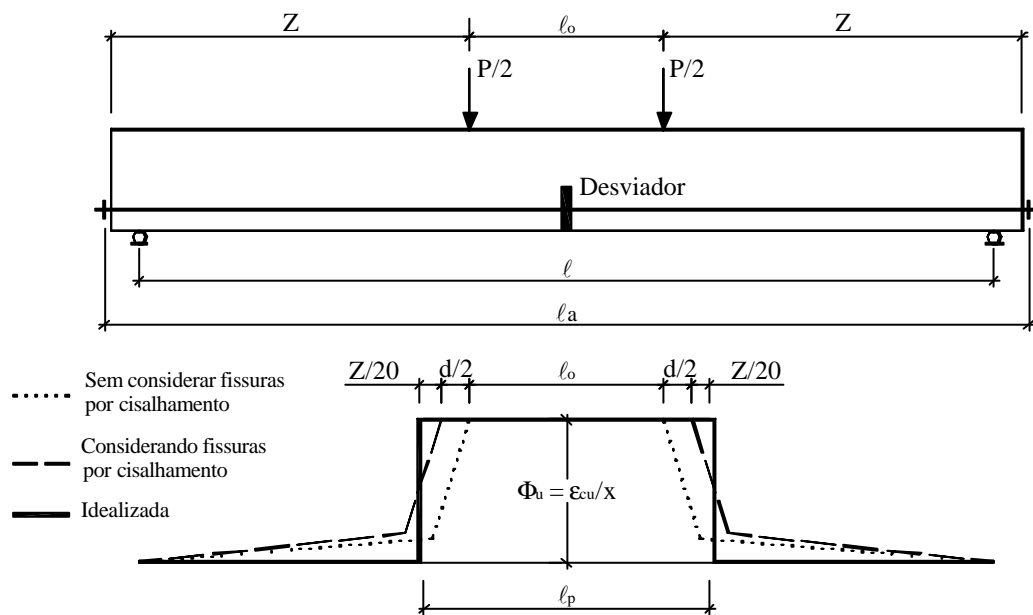


Figura 3.8- Distribuição de curvaturas ao longo do vão (HARAJLI & HIJAZI, 1991)

Baseado na Resistência dos Materiais, o deslocamento transversal de uma viga pode ser calculado a partir de uma integral da curvatura no comprimento como segue:

$$\Delta_{AB} = \int_A^B \left(\frac{1}{r} \right) x dx \quad (3.21)$$

De acordo com PARK & PAULAY (1975), a equação (3.21) pode ser utilizada para determinar a flecha em vigas de concreto armado submetidas à flexão, apesar de

ser uma aproximação, não levando em consideração o efeito do aumento de rigidez da viga devido às tensões de tração resistidas pelo concreto entre fissuras e as deformações adicionais causadas pelas fissuras de cisalhamento e pelo escorregamento da armadura na ancoragem. Os autores justificam que o efeito do aumento da rigidez devido à resistência à tração do concreto entre as fissuras é pequeno nas regiões plastificadas dos elementos. Além disso, o efeito das fissuras de cisalhamento e do escorregamento da armadura pode ser considerado por meio de um aumento do comprimento da região plastificada.

Para a viga em questão, admitindo a distribuição idealizada da curvatura, tem-se:

$$\Delta = \int_{\frac{\ell - \ell_p}{2}}^{\ell/2} \left(\frac{\epsilon_{cu}}{x} \right) x dx \quad (3.22)$$

Resolvendo-se a integral da equação (3.22) chega-se à expressão proposta por HARAJLI (1999) para o cálculo da flecha:

$$\Delta = \frac{1}{8} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{x} \cdot \ell_p (2\ell - \ell_p) \quad (3.23)$$

Nesta expressão, ℓ_p é o comprimento equivalente da região plastificada que leva em consideração o efeito do aumento das deformações devido às fissuras de cisalhamento (Figura 3.8). Segundo HARAJLI & HIJAZI (1991), foi observado em ensaios de vigas submetidas a duas cargas concentradas distantes entre si de ℓ_o que uma fissura diagonal tende a aparecer a $d_s/2$ da região de momento fletor constante. Com o aumento do carregamento esta fissura se encaminha para a região de momento fletor constante, fazendo com que as características desta zona até $d_s/2$ da carga sejam governadas pelo momento interno da região de momento constante e não pelo momento externo aplicado. A distribuição da curvatura no trecho externo ($Z - d_s/2$) pode ser obtida por análise não linear. A partir destas considerações, HARAJLI & HIJAZI (1991) propõem a seguinte expressão para cálculo do comprimento equivalente da região plastificada:

$$\ell_p = \ell_o + 2 \cdot (0,5d_s + 0,05Z)$$

onde d_s é a altura útil da armadura interna de tração e $Z = \frac{\ell - \ell_o}{2}$.

Rearranjando a expressão e generalizando para outros tipos de carregamento chega-se à seguinte equação:

$$\ell_p = d_s \cdot \left[\frac{\ell}{d_s} \left(\frac{0,95}{f} + 0,05 \right) + 1,0 \right] \quad (3.24)$$

onde f é um parâmetro adimensional que depende do tipo de carregamento aplicado. Em HARAJLI & HIJAZI (1991) define-se f para o caso de duas cargas iguais concentradas à distâncias iguais dos apoios como sendo a razão entre o vão da viga (ℓ) e a distância entre as cargas (ℓ_o). Por exemplo, para cargas situadas a uma distância $\ell/3$ dos apoios tem-se $f = 3$. Em HARAJLI (1999) são propostos, ainda, os seguintes valores:

$f = 6 \Rightarrow$ para carga uniformemente distribuída

$f = \infty \Rightarrow$ para uma carga concentrada.

Assumindo que a altura útil do cabo externo e o deslocamento vertical da viga são aproximadamente constantes na região plastificada, a variação da deformação no concreto no nível do cabo pode ser determinada com base no diagrama de deformações da seção mostrado na Figura 3.9, obtendo-se:

$$\Delta \varepsilon_{cp} = \left(\frac{d_p - \alpha \Delta - x}{x} \right) \cdot \varepsilon_{cu} \quad (3.25)$$

O termo $\alpha \Delta$ na equação (3.25) leva em consideração a redução da altura útil do cabo de protensão em relação à linha neutra da viga. Δ é o valor da flecha da viga. Para cabos sem desviadores, α vale 1,0, enquanto que, para cabos com desviadores, a redução da altura útil do cabo é praticamente insignificante e pode-se assumir que α é igual a zero.

A variação do comprimento do cabo pode ser calculada por:

$$\Delta \ell_p = (\Delta \varepsilon_{cp} + \varepsilon_{c\infty}) \cdot \ell_p \quad (3.26)$$

A variação da deformação no cabo é encontrada dividindo-se a variação do comprimento, pelo comprimento entre ancoragens ℓ_a :

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta \ell_p}{\ell_a} \quad (3.27)$$

Finalmente, pode-se determinar a deformação final do cabo de protensão por:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p\infty} + \Delta \varepsilon_p \quad (3.28)$$

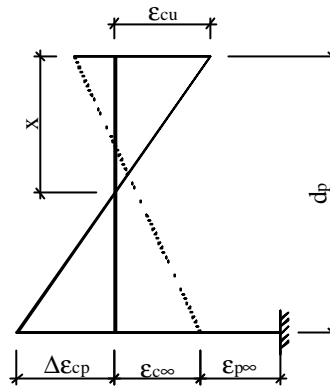


Figura 3.9 - Distribuição de deformações ao longo da seção

Substituindo os termos das equações (3.23) e (3.25) a (3.27) na equação (3.28) chega-se à seguinte expressão para altura da linha neutra:

$$x = \frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2C} \quad (3.29)$$

onde: $A = \left(\frac{\ell_p}{\ell_a} \right) \cdot d_p \cdot \epsilon_{cu}$

$$B = \frac{\alpha}{2\ell_a} (\epsilon_{cu} \cdot \ell_p)^2 \cdot (2\ell - \ell_p) \cdot \left[\epsilon_p - \epsilon_{p\infty} - \frac{\ell_p}{\ell_a} (\epsilon_{c\infty} - \epsilon_{cu}) \right]$$

$$C = \epsilon_p - \epsilon_{p\infty} - \frac{\ell_p}{\ell_a} (\epsilon_{c\infty} - \epsilon_{cu})$$

Por meio do equilíbrio de forças da seção transversal, pode-se escrever uma expressão para σ_p . No caso da viga T (Figura 3.3) com linha neutra abaixo da mesa, admitindo-se que as armaduras passivas de tração e de compressão estão sob a tensão de escoamento, já foi visto que o equilíbrio de forças é expresso pela equação (3.4). Rearranjando esta expressão chega-se a:

$$\sigma_p = \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_{ck} \cdot b_w \cdot x}{A_p} + \frac{A'_s f'_y - A_s f_y + C_f}{A_p} \quad (3.30)$$

Observando-se que a equação (3.29) é função da deformação última no cabo externo (ϵ_p), vê-se que em (3.30) tem-se, uma relação entre σ_p e ϵ_p , na qual estes são os dois valores incógnitos. Os valores de σ_p e ϵ_p podem ser encontrados a partir do ponto de interseção entre a equação (3.30) e a curva tensão \times deformação do aço de protensão. O momento resistente da viga pode ser obtido pelo equilíbrio de

momentos da seção. Para a seção descrita anteriormente o momento resistente é dado por:

$$M_n = A_p \sigma_p (d_p - \alpha \Delta) + A_s f_y d_s - A'_s f'_y d'_s - 0,85 f_{ck} b_w \frac{(\beta_1 x)^2}{2} - C_f \frac{h_f}{2} \quad (3.31)$$

Para seções retangulares ou seções T com comportamento de seção retangular (linha neutra na mesa), para que as equações (3.30) e (3.31) possam ser utilizadas deve-se substituir b_w por b e igualar a zero o termo C_f .

Os resultados obtidos utilizando-se as equações acima e a curva tensão \times deformação do aço de protensão foram comparados com resultados experimentais de 34 vigas de trabalhos realizados anteriormente, mostrando uma boa correlação. HARAJLI (1999) destaca ainda que a discrepância observada entre os resultados obtidos com o método baseado na compatibilidade de deformações aqui exposto, que é eficiente e de fácil aplicação, foi idêntica à discrepância observada em trabalhos anteriores - ALKHAIRI & NAAMAN (1993) e HARAJLI et al. (1999) - e que utilizaram análises não-lineares, portanto, muito mais elaboradas.

HARAJLI (1999) dimensionou algumas vigas com o método proposto, fazendo variar a taxa mecânica de armadura, o tipo de carregamento e a configuração do cabo externo, de modo a avaliar o efeito destes parâmetros na determinação da tensão última no cabo de protensão e do momento resistente da viga. Dos resultados encontrados, vale a pena destacar que na maioria dos casos estudados a tensão última no cabo de protensão (σ_p) foi inferior à tensão de escoamento.

O autor concluiu que a tensão no cabo externo depende principalmente do comprimento da região plastificada que se desenvolve na viga na ruína. Com isso, e observando-se a equação (3.24), vê-se que vigas com cargas distribuídas ou com duas cargas concentradas produzem maiores tensões no cabo de protensão em comparação com vigas submetidas a uma carga concentrada. HARAJLI (1999) afirma que o efeito do valor de ℓ/d_p é desprezível para vigas submetidas a duas cargas concentradas, sendo mais significativo nas vigas submetidas a uma carga concentrada, com pequenas taxas mecânicas de armadura e com ℓ/d_p menor do que 20. O autor comprovou ainda que as vigas sem desviadores mobilizam menores tensões nos cabos de protensão e resistem a momentos mais baixos do que as vigas

com desviadores. Isto se deve ao efeito de segunda ordem já explicado anteriormente.

3.2.5. MÉTODO DAS FORÇAS RADIAIS EQUIVALENTES

Uma das maneiras de se analisar uma viga protendida é por meio do Método das Forças Radiais Equivalentes, também chamado de Método do Equilíbrio de Cargas ou ainda Método do Balanceamento de Cargas. Por este método, procura-se dimensionar a protensão de forma que uma parcela da carga variável ou da carga permanente seja balanceada pelo efeito da protensão. Desta forma, quando atuar na viga apenas a protensão e a carga balanceada, ela não estará submetida a tensões devidas à flexão, e sim a uma tensão de compressão uniformemente distribuída ao longo da altura da seção, de valor P/A .

Trata-se de um método bastante simples, cuja aplicação apresenta algumas vantagens, principalmente no caso das estruturas hiperestáticas. Pode ser aplicado tanto em estruturas compostas por elementos lineares, como em estruturas planas e até em estruturas tridimensionais como as cascas. A origem deste método é um tanto controversa. Sabe-se, no entanto, que ele foi utilizado por Leonhardt em 1952 e foi introduzido nos Estados Unidos por T. Y. Lin (LEONHARDT, 1983). LIN & BURNS (1981) descrevem minuciosamente o método, citando alguns exemplos de estruturas diversas nas quais ele foi empregado.

Para aplicação do método, deve-se imaginar o concreto como um corpo livre e substituir os cabos de protensão por forças atuando no concreto ao longo do vão e nas ancoragens. As forças atuantes no concreto vão depender da força de protensão atuante no cabo e da geometria do cabo. Por exemplo, para uma viga bi-apoiada com cabo parabólico como a da Figura 3.10, tem-se que as forças radiais equivalentes são uniformemente distribuídas segundo a normal ao cabo e valem:

$$u = \frac{8 \cdot P \cdot f}{\ell^2}$$

onde f é a flecha da parábola e ℓ é o vão da viga.

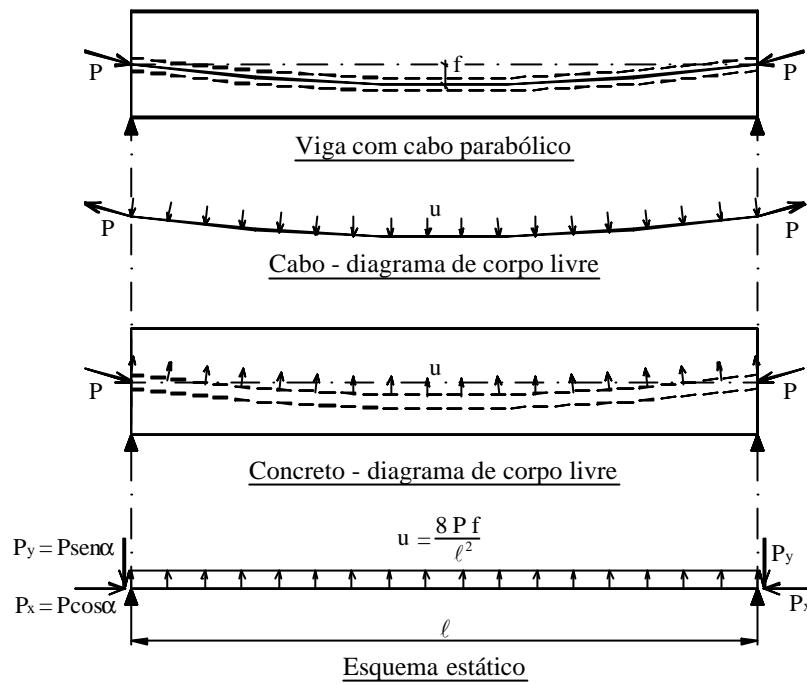


Figura 3.10 – Forças radiais equivalentes - cabo parabólico

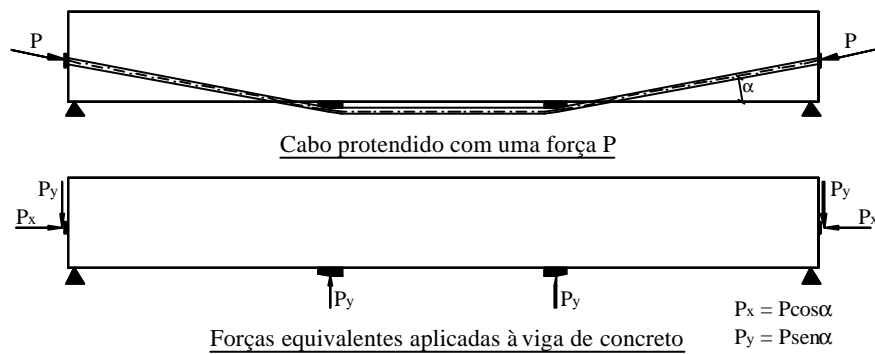


Figura 3.11 - Forças radiais equivalentes - cabo poligonal

Simplificadamente, como a mudança de direção dos cabos é suave, pode-se considerar que esta força distribuída atua na vertical, como mostrado no esquema estático da Figura 3.10.

No caso de vigas com cabos poligonais, a força equivalente atua na direção da bissetriz do ângulo de desvio do cabo no ponto considerado. Na Figura 3.11 está representado o caso de uma viga bi-apoiada com cabo desviado em dois pontos.

Vale ressaltar que, em todos os casos, é preciso considerar também as forças atuantes nas ancoragens, representadas por suas componentes P_x e P_y .

3.3. RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE

A resistência de vigas de concreto armado e protendido ao esforço cortante é um tema bastante complexo. Segundo FURLAN JR (1995) a natureza da ruptura devida à força cortante ainda não está completamente resolvida sob o ponto de vista do equacionamento matemático. Diversas tentativas foram feitas visando-se estabelecer um modelo físico representativo do fenômeno, o que ainda não foi possível devido ao imenso número de variáveis intervenientes no processo. Em se tratando de vigas submetidas à protensão externa, as dificuldades encontradas são ainda maiores. Atualmente, as equações utilizadas na maioria das normas são baseadas numa formulação semi-empírica, fundamentada no modelo de treliça.

LEONHARDT & MÖNNING (1977) listam 20 parâmetros que influenciam a resistência ao esforço cortante. Dividindo-se estes parâmetros em grupos, pode-se citar: o tipo e a geometria do carregamento, o modo de introdução da carga e os tipos de apoio, a armadura longitudinal, a armadura de cisalhamento, a resistência do concreto, a forma e a altura da seção transversal e o sistema estrutural da viga. Além de numerosos, muitos destes parâmetros são interrelacionados. Como exemplo, pode-se citar a armadura transversal. Os estribos não só contribuem diretamente para a resistência ao esforço cortante, como também “melhoram a contribuição do atrito nas fissuras inclinadas, ao limitar a abertura de fissuras, da ação de pino, ao evitar o fendilhamento do concreto e proteger a armadura longitudinal, e do banzo comprimido, ao limitar a propagação das fissuras de cisalhamento e proporcionar o confinamento do concreto” (FURLAN JR, 1995).

Na presença de fissuras de cisalhamento (estádio II), o comportamento de uma viga pode ser interpretado a partir da analogia de treliça. A analogia clássica de treliça proposta por Mörsch admite uma treliça isostática com banzos paralelos de tração e compressão e com diagonais tracionadas e comprimidas inclinadas de 135° e 45° , respectivamente. Este modelo superestima os esforços na armadura transversal pois não considera a real inclinação das fissuras, que normalmente é menor do que 45° , o arqueamento das tensões de compressão em direção aos apoios, a hiperestaticidade da treliça e os mecanismos resistentes alternativos.

As tensões nos estribos obtidas nos ensaios são sempre menores do que aquelas previstas pela analogia clássica de treliça. Traçando-se o gráfico da força cortante pela tensão nos estribos, esquematicamente representado na Figura 3.12, observa-se que, para as vigas de concreto armado, a curva obtida na prática caminha paralelamente à reta obtida pela analogia clássica de treliça. Até o surgimento das fissuras inclinadas, a tensão nos estribos cresce muito lentamente. Nesta etapa, o concreto é o grande responsável pela resistência ao esforço cortante. Após o aparecimento das fissuras inclinadas, a contribuição dos estribos passa a ser mais significativa. Nas vigas protendidas, observa-se que a força necessária para que se inicie a fissuração é maior e que após o surgimento das fissuras inclinadas a tensão nos estribos cresce mais rapidamente.

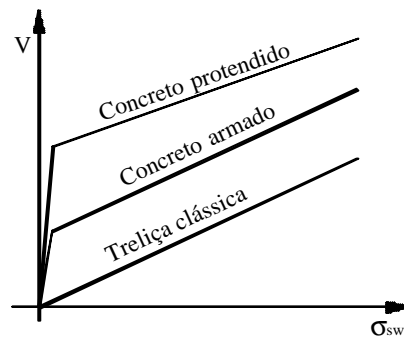


Figura 3.12 - Desenvolvimento da tensão nos estribos
(adaptado de FURLAN JR, 1995)

A partir da análise de resultados de ensaios, LEONHARDT & MÖNNING (1977) separaram a resistência ao cisalhamento em três parcelas (Figura 3.13). Uma primeira parcela devida à resistência da armadura da alma e das diagonais comprimidas, uma segunda parcela devida à inclinação do banzo comprimido e uma terceira parcela devida a mecanismos alternativos. Os principais mecanismos alternativos são o efeito de pino da armadura longitudinal, o engrenamento dos agregados e o engastamento das diagonais tracionadas no banzo comprimido da treliça.

Visando aproximar a analogia clássica de treliça proposta por Morsch aos resultados experimentais, Leonhardt propõe o modelo de treliça generalizada. Neste modelo, considera-se a inclinação do banzo superior (efeito de arco) e as diagonais comprimidas menos inclinadas do que 45° . Ambas as modificações reduzem a parcela do esforço de tração transmitida ao estribo. É possível fazer a análise dos

esforços com base na treliça generalizada. No entanto, dever-se-ia considerar “uma treliça estaticamente indeterminada, com pouco espaçamento entre elementos de alma e formando um emaranhado de barras de alma, onde umas cruzam com as outras.” (MORENO JR, 1996).

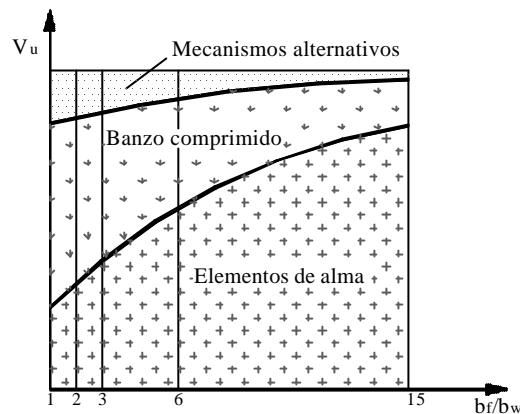


Figura 3.13 - Divisão do esforço cortante último em parcelas (LEONHARDT & MÖNNING, 1977)

No geral, o dimensionamento é baseado no modelo de treliça clássica, fazendo-se algumas correções de forma a adequar a teoria aos resultados experimentais. Pode-se admitir que a resistência ao esforço cortante é composta por duas parcelas: a contribuição da armadura transversal, calculada com base nos modelos de treliça, e a contribuição do concreto, determinada empiricamente.

No caso das vigas isostáticas, a protensão influencia na resistência ao cisalhamento de duas formas: por meio da diminuição da força cortante, quando se usam cabos parabólicos ou poligonais, e por meio da força axial de compressão. No caso dos cabos parabólicos ou poligonais, a redução da força cortante atuante vem acompanhada da redução da rigidez do banzo tracionado. No Estado Limite Último, a contribuição da inclinação dos cabos fica bastante reduzida. A força axial de compressão, por sua vez, retarda o aparecimento das fissuras de cisalhamento e torna as fissuras e os banzos comprimidos menos inclinados. Há um aumento das tensões de compressão e uma diminuição da tensão nos estribos. O efeito da protensão pode ser considerado pelo aumento da parcela resistida pelo concreto, como é feito na NBR 6118 (2000)⁴ e no ACI 318 (1999) e será exposto a seguir.

⁴ Norma em fase de Consulta Pública, ainda não oficializada.

No caso das vigas protendidas com cabos externos, há que se considerar ainda que a resistência ao cisalhamento fica diminuída, já que os cabos não contribuem com o efeito de pino da armadura longitudinal. Em reforços de vigas, isto pode levar a um modo de ruína diferente do previsto para a viga original. TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) propõem um modelo para verificação do modo de ruína de vigas submetidas à protensão externa que está detalhado no fim deste capítulo.

3.3.1. PRESCRIÇÕES DA NBR 6118 (2000)

O dimensionamento de vigas de concreto armado e protendido segundo a NBR 6118 (2000) é baseado na analogia com o modelo de treliça de banzos paralelos associada a mecanismos resistentes complementares, representados por V_c . São admitidos dois modelos de cálculo: o Modelo I, que fixa a inclinação das bielas em 45° e toma V_c com um valor constante, e o Modelo II, no qual a inclinação da biela pode ser arbitrada entre 30° e 45° e V_c é considerado com valores reduzidos.

No caso de vigas protendidas, pode-se descontar da força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) o efeito da projeção da força de protensão na sua direção. Além disso, a parcela correspondente aos mecanismos resistentes complementares deve ser aumentada para levar em conta o efeito da redução da tensão nos estribos que ocorre com a inclinação das bielas comprimidas. Isto também se aplica no caso das vigas submetidas à flexo-compressão.

A NBR 6118 (2000) prescreve que a resistência de uma viga ao esforço cortante está garantida se as seguintes condições são satisfeitas:

- a) A força cortante solicitante de cálculo for menor do que a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, ou seja, $V_{sd} < V_{Rd2}$
- b) A força cortante solicitante de cálculo for menor do que a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal, que é dada pela soma das forças resistidas pelo estribo e pelo concreto (mecanismos resistentes complementares), ou seja, $V_{sd} < V_{Rd3} = V_{sw} + V_c$

O cálculo das forças resistentes pode ser feito de acordo com um dos dois modelos que serão expostos a seguir. Independentemente do método utilizado, deve-

se sempre prever uma armadura mínima visando impedir a ruptura brusca quando do aparecimento das fissuras inclinadas.

3.3.1.1. Modelo de cálculo I

Neste modelo, a verificação da compressão diagonal do concreto é feita calculando-se a força cortante resistente de cálculo pela expressão:

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

onde $\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$ com f_{ck} em MPa.

A segurança quanto a ruína por tração diagonal é dada pelo cálculo da armadura transversal utilizando-se a seguinte equação:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot 0,9d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

onde α é o ângulo de inclinação da armadura transversal, sendo que para estribos verticais, $\alpha = 90^\circ$, e f_{ywd} é a tensão nos estribos, limitada a 435MPa. Segundo MORENO JR (1996) esta limitação pode ser justificada pela dificuldade de dobramento dos estribos, pela alta resistência ao escoamento dos aços e pela necessidade de se limitar as aberturas das fissuras inclinadas.

A parcela resistida pelos mecanismos complementares é dada pelas seguintes expressões:

$$V_c = 0 \quad \text{na flexo - tração com linha neutra fora da seção}$$

$$V_c = V_{co} \quad \text{na flexão simples e na flexo - tração com linha neutra cortando a seção}$$

$$V_c = V_{co} \cdot \left(1 + \frac{M_o}{M_d}\right) \leq 2 \cdot V_{co} \quad \text{na flexo - compressão}$$

com

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

onde f_{ctd} é a resistência do concreto à tração de cálculo, dada por:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

3.3.1.2. Modelo de cálculo II

Neste segundo modelo de cálculo, no qual é permitido arbitrar-se o valor da inclinação das bielas comprimidas entre 30° e 45°, a verificação da compressão diagonal do concreto é feita calculando-se V_{Rd2} pela expressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \text{sen}^2 \theta \cdot (\cot g\alpha + \cot g\theta)$$

onde α é o ângulo de inclinação da armadura transversal e θ é o ângulo de inclinação das bielas comprimidas.

Para o cálculo da armadura transversal utiliza-se a equação:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot 0,9d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot g\alpha + \cot g\theta) \cdot \text{sen} \alpha$$

Observe-se que para $\theta = 45^\circ$ e estribos verticais ($\alpha = 90^\circ$) as duas equações acima recaem nas mesmas equações do modelo anterior.

A contribuição dos mecanismos complementares é calculada pelas expressões:

$$V_c = 0 \quad \text{na flexo - tração com linha neutra fora da seção}$$

$$V_c = V_{cI} \quad \text{na flexão simples e na flexo - tração com linha neutra cortando a seção}$$

$$V_c = V_{cI} \cdot \left(1 + \frac{M_o}{M_d} \right) \leq 2 \cdot V_{cI} \quad \text{na flexo - compressão}$$

com

$$V_{cI} = V_{co} \quad \text{quando } V_d < V_{co}$$

$$V_{cI} = 0 \quad \text{quando } V_d = V_{Rd2}$$

interpolando-se linearmente para valores intermediários.

Para valores pequenos do esforço cortante, os valores de V_c calculados segundo Modelo II ficam iguais aos valores calculados pelo Modelo I. Como se pode ver o Modelo I é basicamente uma simplificação do Modelo II.

3.3.2. PRESCRIÇÕES DO ACI 318 (1999)

O ACI-318 (1999) admite que, numa viga armada ao cisalhamento, uma parcela do esforço cortante é resistida pelo concreto (V_c) e a parcela remanescente resistida pelo aço (V_s). A parcela resistida pelo concreto é igual ao que teoricamente seria resistido por uma viga sem armadura de cisalhamento. A armadura transversal é

calculada com base no modelo de treliça com banzos inclinados a 45° , descontando-se do esforço cortante total a parcela resistida pelo concreto.

Distinguem-se nas vigas submetidas ao esforço cortante dois tipos de fissuras de cisalhamento: aquelas que nascem como fissuras de flexão (verticais) e se inclinam à medida em que a resistência à tração do concreto na extremidade da fissura é superada, chamadas de fissuras de cisalhamento-flexão, e aquelas que nascem diretamente na alma das vigas quando as tensões principais de tração na alma superam a resistência à tração do concreto, chamadas de fissuras de cisalhamento de alma. Associa-se a cada tipo de fissura um valor para a resistência do concreto, devendo-se tomar para V_c o menor dos dois.

A protensão é considerada por meio de um acréscimo na parcela resistida pelo concreto. Assim, no caso das vigas protendidas, a resistência do concreto correspondente às fissuras de cisalhamento-flexão, vale:

$$V_{ci} = 0,05\sqrt{f_{ck}} b_w \cdot d + V_D + \frac{V_i \cdot M_r}{M_{max}} \quad (3.32)$$

onde:

M_r é o momento de fissuração dado por:

$$M_r = W_t \left[0,5\sqrt{f_{ck}} + \frac{P_\infty}{A_c} \left(1 + \frac{e_{pm} A_c}{W_t} \right) \right] - M_D$$

V_i é o esforço cortante na seção considerada;

V_D é a força cortante devida às cargas permanentes;

M_{max} é o momento fletor máximo devido carregamento;

M_D é o momento fletor devido às cargas permanentes; e

W_t é o módulo resistente em relação à fibra mais tracionada pelo carregamento.

A resistência do concreto correspondente às fissuras de cisalhamento de alma, vale:

$$V_{cw} = (0,29\sqrt{f_{ck}} + 0,3\sigma_{CG}) \cdot b_w d + V_P$$

onde σ_{CG} é a tensão de compressão no centro de gravidade da seção transversal ou na junção entre a alma e a mesa quando o centro de gravidade estiver situado na mesa, considerando-se a força de protensão após perdas e V_P é a componente vertical da força de protensão na seção considerada.

A parcela do esforço cortante resistida pelos estribos verticais é calculada pela expressão:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot d}{s}$$

A principal diferença entre o método de cálculo prescrito no ACI, daqueles considerados pela Norma Brasileira está na determinação da parcela do esforço cortante resistido pelo concreto. A consideração da protensão, no entanto, apesar de admitir valores diferentes, é baseada no mesmo princípio.

3.3.3. APLICAÇÃO ÀS VIGAS SUBMETIDAS À PROTENSÃO EXTERNA

Poder-se-ia pensar em verificar o cisalhamento em vigas submetidas à protensão não aderente por meio de um modelo de arco atirantado. No entanto, a partir da observação do estado de fissuração de vigas em ensaios, chegou-se à conclusão de que o modelo de treliça era mais representativo do fenômeno (KORDINA⁵ apud FURLAN JR, 1995).

Já foi explicado anteriormente que os cabos de protensão podem ser substituídos por forças radiais equivalentes. No caso da protensão externa, o cabo é substituído por forças concentradas atuantes nos desviadores (quando houver) e nas ancoragens. É possível admitir, desta forma, que se tem uma viga de concreto armado, submetida à flexo-compressão e às forças transversais aplicadas nas posições dos desviadores.

A NBR 6118 (2000) e o ACI 318 (1999) não tratam especificamente da verificação ao cisalhamento de vigas protendidas externamente. Porém, diante do raciocínio exposto, é razoável considerar a possibilidade de se adaptar os modelos de cálculo das normas ao caso em questão, admitindo-se uma viga de concreto armado submetida à flexo-compressão. Vale ressaltar que, com isso, se está desprezando a redução da parcela resistente devida ao efeito de pino. No entanto, é sabido que nas vigas armadas ao cisalhamento a contribuição do efeito de pino na resistência à força cortante é bastante pequena quando comparada às outras parcelas.

⁵ KORDINA, K; HEGGER, J.; TEUTSCH, M. (1989) Shear strength of prestressed concrete beams with unbonded tendons. *ACI Structural Journal*, Detroit, v 86, n 2, p 143-9, mar-apr.

3.4. VERIFICAÇÃO DO MODO DE RUÍNA

TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) propõem um método para verificação do modo de ruína de uma viga submetida à protensão externa, incluindo a possibilidade da ruína por cisalhamento. Segundo eles, uma viga protendida com cabos externos pode ser mais susceptível a atingir o colapso por cisalhamento, já que os cabos não contribuem com o efeito de pino na resistência ao esforço cortante. O modelo apresentado leva em conta este aspecto.

Em TAN & NAAMAN (1993a) as equações são deduzidas para o caso específico de uma viga bi-apoiada, submetida a uma carga concentrada no meio do vão, e com cabos poligonais desviados em apenas um ponto, também no meio do vão. Em TAN & NAAMAN (1993b) as equações são deduzidas para uma situação genérica, com n cargas concentradas e cabos poligonais desviados em m pontos, desde que sob as cargas. No item seguinte, seguindo-se o mesmo raciocínio dos artigos citados acima, as equações serão deduzidas para o caso específico de uma viga bi-apoiada submetida a duas cargas concentradas e com cabos poligonais desviados em dois pontos, sob as cargas. Posteriormente, será feita uma generalização do modelo, conforme apresentado em TAN & NAAMAN (1993b).

3.4.1. EQUACIONAMENTO ESPECÍFICO

Numa viga como a descrita acima, podem-se distinguir regiões **B** (contínuas) e **D** (descontínuas), como mostrado na Figura 3.14. Nas regiões **B**, é válida a hipótese de Bernoulli de distribuição linear das deformações ao longo da altura da seção e vale a teoria de flexão. Nas regiões **D**, próxima aos pontos de introdução das forças e dos apoios, a teoria de flexão não é válida. Conforme o Princípio de Saint-Venant, nesta região, definida por dimensões da mesma ordem de grandeza da seção transversal, se processa a regularização das tensões. A teoria proposta por TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) considera que a ruína se dá numa região **D**, sob uma carga concentrada.

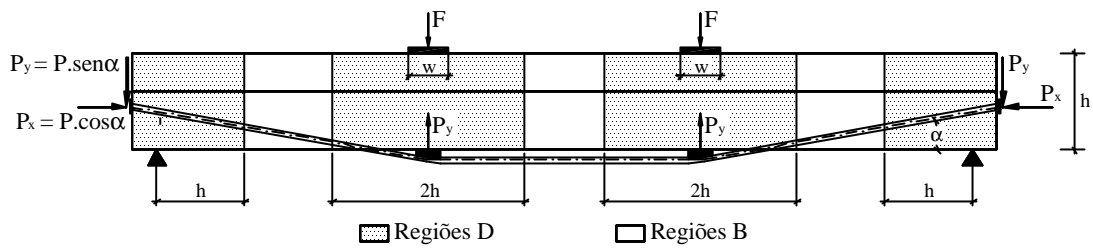


Figura 3.14 - Viga submetida a duas forças concentradas - regiões B e D

Na Figura 3.15 está mostrado um diagrama de corpo livre idealizado da região D sob a força concentrada.

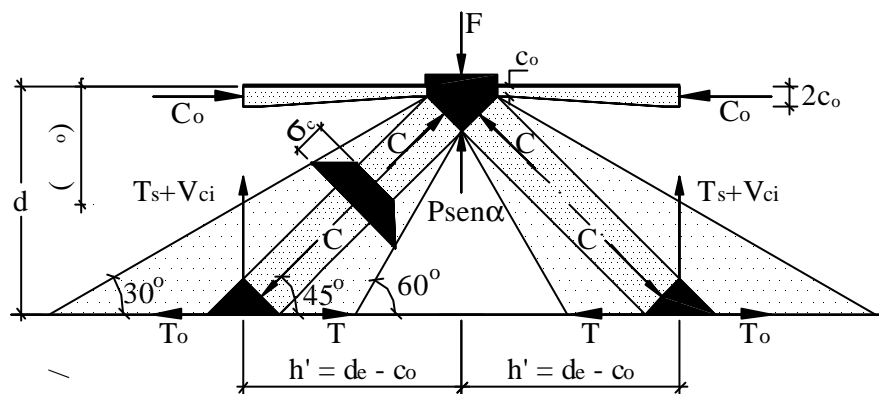


Figura 3.15 - Diagrama de corpo livre da região D (modelo específico)

O banzo comprimido está submetido a uma força C_o e possui altura variável, de valor c_o sob a carga e $2c_o$ a uma distância h do ponto de introdução da carga. Admite-se que a força C atuante nas bielas comprimidas, forma um ângulo de 45° com a horizontal. As tensões de compressão não são transmitidas uniformemente ao longo da altura da biela e , e por isso, considera-se que as suas dimensões estão limitadas, a partir do nó superior, por retas que formam 30° e 60° com a horizontal. No nó superior a largura da biela é dada por:

$$c = \frac{w}{\sqrt{2}}$$

onde w é a largura do elemento para aplicação do carregamento (Figura 3.14).

A meia altura, o que equivale a uma distância de $(d-c_o)/2$ do topo da viga, a largura da biela vale $c + 2\delta c$, onde:

$$\delta c = \left[\frac{(d - c_o)}{2} - \frac{c\sqrt{2}}{4} \right] \sqrt{2} \cdot \text{tg}15^\circ$$

A tensão de compressão também varia ao longo da largura da biela, sendo que as fibras mais externas são menos solicitadas do que as mais internas. Admitindo-se uma distribuição de tensões trapezoidal, como mostrado em detalhe na Figura 3.16, pode ser determinada uma largura equivalente c' na qual atuaria uma tensão constante σ_c :

$$c' = c + \delta c = \frac{w(1 - 0,5 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ)}{\sqrt{2}} + \frac{d - c_o}{2} \sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} 15^\circ \quad (3.33)$$

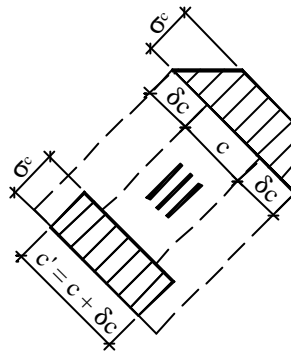


Figura 3.16 - Distribuição da tensão na biela a $(d - c_o)/2$ do topo da viga.

A partir do equilíbrio das forças verticais no nó superior e no nó inferior e do equilíbrio das forças horizontais no nó inferior, podem ser determinadas, respectivamente, as seguintes relações:

$$C = \frac{F - P \operatorname{sen} \alpha}{\sqrt{2}} \quad (3.34)$$

$$T_s = \frac{F}{2} - \frac{P \operatorname{sen} \alpha}{2} - V_{ci} \quad (3.35)$$

$$T = T_o + \frac{F}{2} - \frac{P \operatorname{sen} \alpha}{2} \quad (3.36)$$

onde, C é a força de compressão atuante na biela inclinada, T_s é a força de tração atuante no tirante vertical formado pelos estribos, T e T_o são as forças atuantes nos tirantes horizontais formados pela armadura longitudinal interna e V_{ci} é a parcela do esforço cortante resistida pelo concreto. De acordo com o ACI 318 (1999), o termo V_{ci} é igual à força cortante correspondente à resistência do concreto à fissuração por cisalhamento-flexão e pode ser determinada pela expressão (3.32).

O próximo passo para a determinação das equações é fazer o equilíbrio de momentos. Numa seção situada a uma distância h do ponto de aplicação do carregamento, o momento externo é dado por:

$$M_{ext} = (F - P \operatorname{sen} \alpha)(a - h) - P \cos \alpha [(d_p - c_o) - a \cdot \operatorname{tg} \alpha]$$

E o momento interno é dado por:

$$M_{int} = T_o - \frac{C}{\sqrt{2}}(h - h')$$

onde $h' = d - c_o$ e a é a distância do apoio ao ponto de aplicação do carregamento.

Igualando-se o momento externo ao momento interno e utilizando-se a equação (3.34) chega-se a:

$$T_o = \frac{F(a - h/2 - h'/2) - P\{\operatorname{sen} \alpha(a - h/2 - h'/2) + \cos \alpha[(d_p - c_o) - a \cdot \operatorname{tg} \alpha]\}}{(d - c_o)}$$

Substituindo a equação anterior na (3.36), obtém-se:

$$T = \frac{F(a - h/2) - P\{\operatorname{sen} \alpha(a - h/2) + \cos \alpha[(d_p - c_o) - a \cdot \operatorname{tg} \alpha]\}}{(d - c_o)} \quad (3.37)$$

Assumindo-se a hipótese de que a ruína da viga, caso ocorra por flexão, seja com o escoamento da armadura longitudinal, ou seja, não se admitindo a ruína por esmagamento do concreto, podem ser definidos os seguintes Estados Limites Últimos e as inequações representativas dos mesmos:

a) Esmagamento da biela comprimida. Neste caso, limita-se a tensão no concreto a um valor convencional:

$$C = \sigma_c c' b_w \leq 0,8 f_{ck} c' b_w \quad (3.38)$$

b) Escoamento do estribo. Admite-se que os estribos situados até uma distância de $h' + h/2$ contribuem na resistência à força T_s :

$$T_s \leq A_{sw} f_{yw} \cdot \frac{(h' + h/2)}{s} \quad (3.39)$$

c) Escoamento da armadura longitudinal interna. Como para $F > P \operatorname{sen} \alpha$ tem-se $T > T_o$, basta que se limite o valor da força T :

$$T \leq A_s f_y \quad (3.40)$$

d) Escoamento do cabo externo. Limita-se a tensão no cabo externo à sua tensão de escoamento:

$$P \leq A_p f_{py} \quad (3.41)$$

Definem-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$\begin{aligned} \lambda_F &= \frac{F}{b_w \cdot h \cdot f_{ck}} & \omega_w &= \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{b_w \cdot s \cdot f_{ck}} \\ \lambda_P &= \frac{P}{b_w \cdot h \cdot f_{ck}} & \omega_l &= \frac{A_s \cdot f_y}{b_w \cdot h \cdot f_{ck}} \\ \lambda_{ci} &= \frac{V_{ci}}{b_w \cdot h \cdot f_{ck}} & \omega_e &= \frac{A_p \cdot f_{py}}{b_w \cdot h \cdot f_{ck}} \end{aligned}$$

Substituindo-se as equações (3.33) a (3.37) nas inequações (3.38) a (3.41) e utilizando-se as variáveis adimensionais, chega-se às seguintes inequações:

$$\lambda_F - \lambda_P \operatorname{sen} \alpha \leq 0,8 \cdot \frac{w}{h} (1 - 0,5 \operatorname{tg} 15^\circ) + 0,8 \frac{d - c_o}{h} \operatorname{tg} 15^\circ \quad (3.42)$$

$$\lambda_F - \lambda_P \operatorname{sen} \alpha \leq \omega_w \left[\frac{2(d - c_o)}{h} + 1 \right] + 2\lambda_{ci} \quad (3.43)$$

$$\lambda_F \frac{(a - h/2)}{h} - \lambda_P \frac{\left\{ \operatorname{sen} \alpha (a - h/2) + \cos \alpha [(d_p - c_o) - a \cdot \operatorname{tg} \alpha] \right\}}{h} \leq \omega_l \frac{(d - c_o)}{h} \quad (3.44)$$

$$\lambda_P \leq \omega_e \quad (3.45)$$

Estas inequações representam, respectivamente, as condições limites de esmagamento da biela comprimida, escoamento do estribo, escoamento da armadura longitudinal interna e escoamento do cabo externo. Segundo TAN & NAAMAN (1993a), para efeito de cálculo, pode-se assumir que $c_o \cong 0,1d \cong 0,1d_p$.

Observe-se que as inequações apresentadas acima fornecem uma relação linear entre λ_P e λ_F . Traçando-se as quatro retas num único gráfico, define-se um domínio no qual a viga está segura. O modo de ruptura da viga pode ser encontrado traçando-se um gráfico de λ_P em função de λ_F , que será chamado de caminho de carga. Este caminho de carga pode ser obtido por meio das equações (3.12) e (3.13), para as fases elástica linear antes e após a fissuração. A resistência última à flexão fica determinada pela expressão (3.20). Para se completar o caminho de carga, basta ligar o último ponto da fase elástica linear após a fissuração ao ponto correspondente à

resistência última por flexão. Na Figura 3.17, está traçado um exemplo hipotético no qual se prevê a ruptura da viga por esmagamento da biela comprimida.

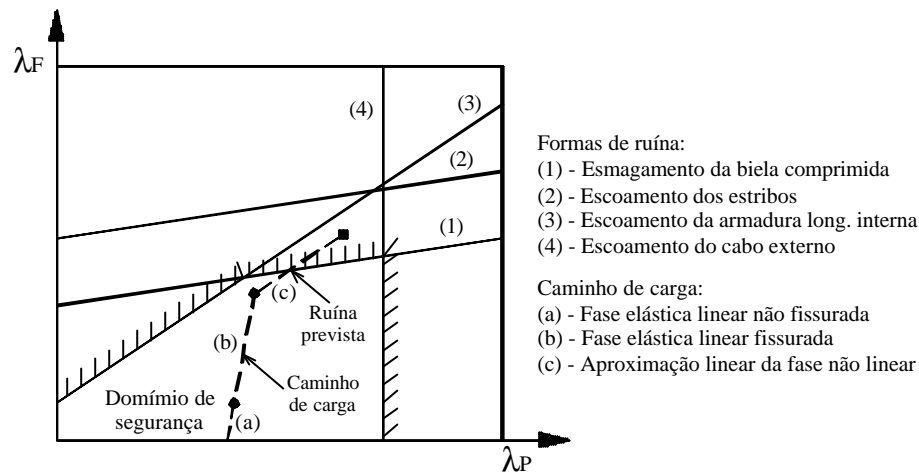


Figura 3.17 - Domínio de segurança e caminho de carga

3.4.2. EQUACIONAMENTO GENÉRICO

A formulação apresentada acima pode ser generalizada para o caso de uma viga bi-apoiada submetida a n cargas concentradas e com os cabos externos desviados em m pontos, como apresentado em TAN & NAAMAN (1993b). Neste caso, toma-se como base o diagrama de corpo livre da região **D** mostrado na Figura 3.18. A força equivalente \bar{F} é igual à força aplicada menos a componente vertical da força de protensão naquele ponto, se existir. Esta força equivalente pode ser dividida em duas componentes: $\gamma_e \bar{F}$, atuante do lado esquerdo e $\gamma_d \bar{F}$, atuante do lado direito. Cada uma dessas forças é transmitida na biela comprimida por meio das componentes C_e e C_d . Considera-se também a possibilidade de se variar o ângulo de inclinação das bielas, com θ_e do lado esquerdo e θ_d do lado direito, e o ângulo de abertura das bielas, com $\Delta\theta_e$ e $\Delta\theta_d$.

Tomando-se um dos lados, esquerdo ou direito, e fazendo-se o equilíbrio de forças obtém-se as seguintes expressões:

$$C = \frac{\gamma \bar{F}}{\text{sen } \theta}$$

$$T_s = \gamma \bar{F} - V_{ci}$$

$$T = T_o + \frac{\gamma \bar{F}}{tg\theta}$$

onde foram desprezados os índices *d* ou *e* por se tratar de equações independentes do lado considerado.

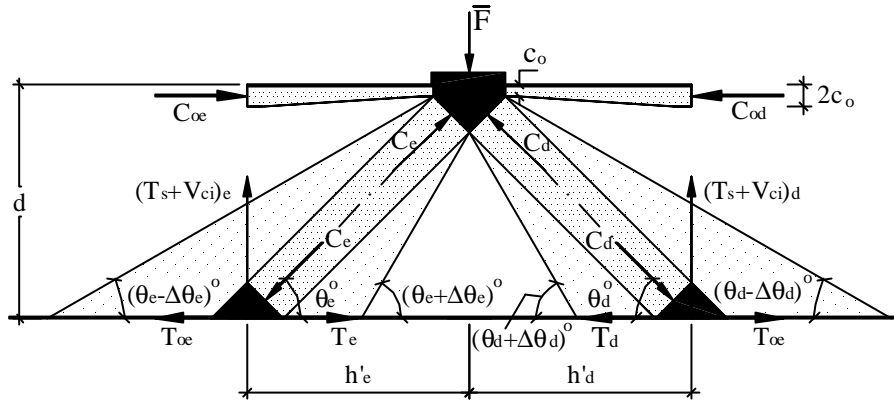


Figura 3.18 - Diagrama de corpo livre da região D (modelo generalizado)

O equilíbrio de momentos leva à seguinte expressão para T_o :

$$T_o = \frac{\bar{M} + (\gamma \bar{F} - P \text{sen } \alpha)(h - h')}{(d - c_o)}$$

onde $h' = \frac{d - c_o}{tg\theta}$ e \bar{M} é o momento fletor, função linear de F e P .

Desenvolvendo-se as expressões com base no exposto acima, e utilizando-se as variáveis adimensionais já definidas no item anterior, chega-se às seguintes inequações para os quatro Estados Limites Últimos expostos anteriormente:

$$k_1 \lambda_F + k_2 \lambda_P \leq 0,8 \frac{c'}{h} \text{sen } \theta$$

$$k_1 \lambda_F + k_2 \lambda_P \leq \omega_w \left(\frac{h'}{h} + 0,5 \right) + \lambda_{ci}$$

$$k_3 \lambda_F + k_4 \lambda_P \leq \omega_l tg\theta$$

$$\lambda_f \leq \omega_e$$

onde as constantes k_1 , k_2 , k_3 e k_4 dependem dos valores de \bar{F} e \bar{M} . Para cada caso específico de carregamento e de geometria do cabo de protensão, estas constantes podem ser determinadas. Traçando-se então o domínio de segurança e o caminho de

carga em um único o gráfico pode-se prever a forma de ruína de uma viga protendida com cabos externos.

Os resultados obtidos com a metodologia aqui exposta foram comparados com resultados experimentais em TAN & NAAMAN (1993a e 1993b), chegando-se a previsões razoavelmente precisas do modo de ruína e da carga última.

4 ESTUDO EXPERIMENTAL

4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O objetivo do estudo experimental desenvolvido é avaliar os benefícios da protensão externa aplicada como reforço em vigas de concreto armado. Para tanto, foram ensaiadas três vigas de seção T com 3m de vão. Foi escolhido este tipo de seção pois as vigas retangulares comumente encontradas em edifícios de lajes maciças funcionam como vigas T nas regiões de momento fletor positivo. Além disso, este tipo de seção também é bastante comum em pontes e passarelas.

As vigas foram inicialmente submetidas a um pré-carregamento visando simular uma carga permanente numa situação real. Mantendo-se esta força, elas foram então reforçadas por meio da protensão de dois cabos externos. O carregamento externo era constituído por duas forças concentradas aplicadas nos terços dos vãos. Os cabos de protensão tinham configuração poligonal e foram desviados também nos terços dos vãos. Desta forma, foi possível estudar o reforço na região submetida à flexo-compressão sem a presença do esforço cortante, no terço central do vão, e nas regiões submetidas ao esforço cortante constante, nos terços externos da viga.

Os parâmetros variados nos ensaios foram a taxa de armadura de cisalhamento e a forma do cabo externo. Optou-se, primeiramente, por ensaiar uma viga (VP-1) semelhante às ensaiadas por REIS (1998) (VA-1 a VA-3 e VC-1 a VC-3), de forma que se pudesse fazer uma comparação entre as técnicas de reforço utilizadas nos dois trabalhos. As vigas da série VA foram reforçadas por meio da adição de armadura no

bordo inferior e as da série VC, pela adição de chapas de aço também no bordo inferior. Estas técnicas de reforço contribuem basicamente para a resistência à flexão. Para que este efeito fosse mais bem analisado, havia a intenção de que a ruína se desse devido ao momento fletor e, portanto, estas vigas possuíam armadura de cisalhamento abundante. Nas demais vigas ensaiadas (VP-2 e VP-3), a armadura de cisalhamento foi reduzida, visando a simular uma situação mais próxima da prática. Desta maneira, poder-se-ia ter uma idéia da forma de ruína a ser esperada em um caso real de reforço por meio da protensão externa, desde que a viga estivesse adequadamente armada ao cisalhamento.

A protensão externa contribui na resistência ao cisalhamento por meio de dois efeitos: a força de compressão axial, que diminui a inclinação da biela comprimida e, conseqüentemente, a tensão nos estribos, e a força vertical introduzida no desviador que reduz a força cortante atuante na viga. A intensidade destes dois efeitos, para uma mesma força de protensão aplicada, varia com a inclinação dos cabos. O diagrama de momentos fletores devidos a protensão externa também varia a depender da forma do cabo externo. Para que estes parâmetros fossem estudados, nas vigas VP-1 e VP-2 o cabo externo foi ancorado na mesa, o que equivaleria, na prática, a ancorar o cabo na laje, e na viga VP-3, o cabo foi ancorado na alma, estando-se mais próximo do que seria uma ancoragem em um pilar ou em uma viga de apoio em uma situação real. As vigas VP-2 e VP-3 diferiam apenas quanto à posição de ancoragem do cabo externo.

Na Tabela 4.1 estão resumidas as características principais das vigas no que se refere aos parâmetros variados nos ensaios.

Tabela 4.1 - Características das vigas ensaiadas

Viga	Taxa de armadura de cisalhamento	Ancoragem do cabo externo
VP-1	0,74%	Na mesa
VP-2	0,32%	Na mesa
VP-3	0,32%	Na alma

Neste capítulo são apresentados todos os dados referentes à execução dos modelos e à realização dos ensaios, bem como os resultados neles obtidos.

4.2. ESQUEMA DOS ENSAIOS

Para a realização dos ensaios, foram montados dois pórticos de reação, cada um posicionado na direção de um apoio. As vigas foram ensaiadas na posição invertida, com a mesa voltada para baixo. A aplicação do carregamento foi feita por dois atuadores hidráulicos ENERPAC com capacidade para 500kN (50t) cada, controlados por uma bomba de acionamento elétrico. As cargas foram aplicadas nos terços do vão, a 100cm dos apoios. Um esquema geral dos ensaios pode ser visto na Figura 4.1 e uma foto durante o ensaio da viga VP-1, na Figura 4.2.

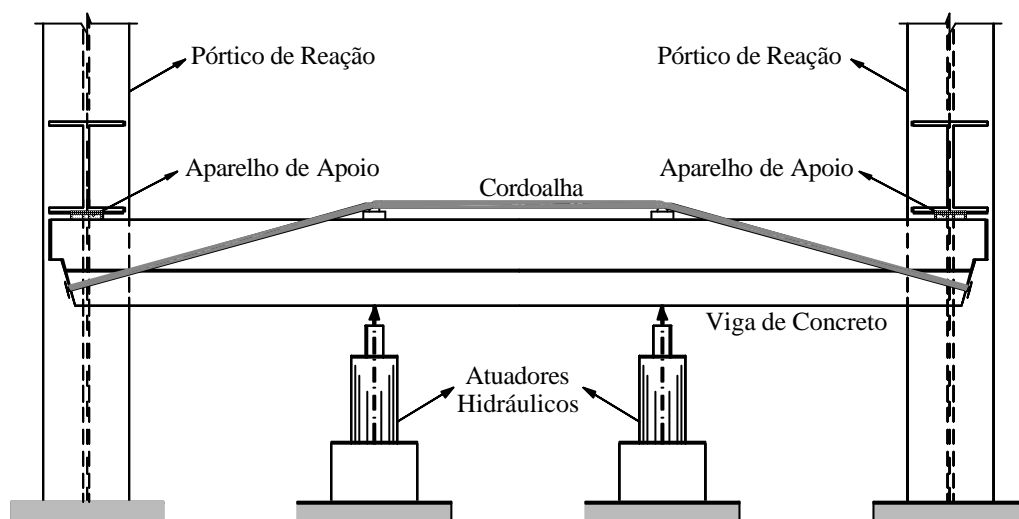


Figura 4.1 - Esquema do ensaio

Para aplicação da protensão, foi utilizado um macaco existente no próprio laboratório, com capacidade para aproximadamente 160kN (16t). O deslocamento do pistão do macaco foi controlado por uma bomba hidráulica de acionamento manual. O controle da força aplicada era feito por meio de uma célula de carga colocada na extremidade passiva do cabo de protensão. O aparelho de apoio era constituído por uma placa de neoprene retangular de 10cm x 12cm. A aquisição das leituras dos instrumentos de medição foi feita pelo sistema automatizado Measurements Group - System 4000.

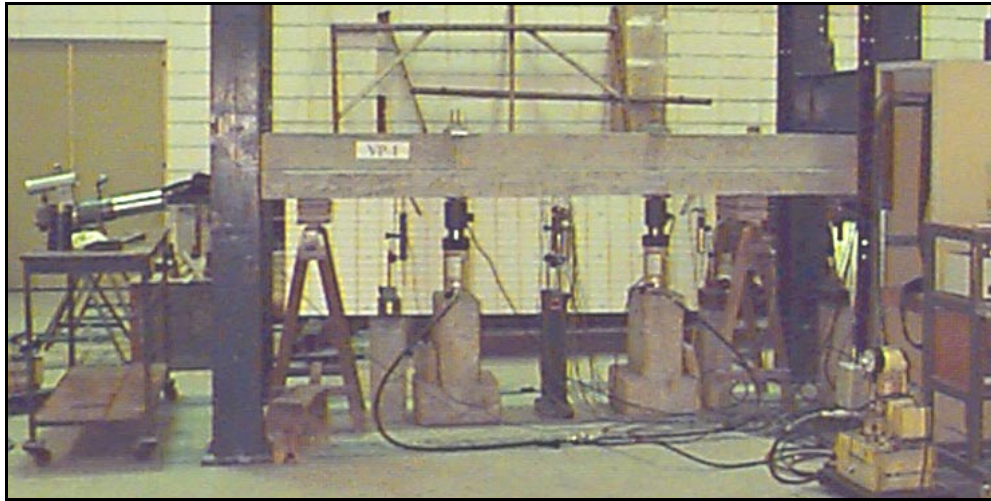
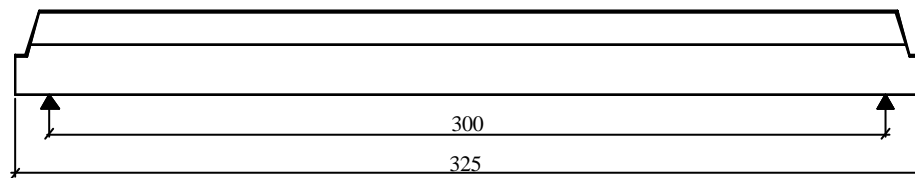


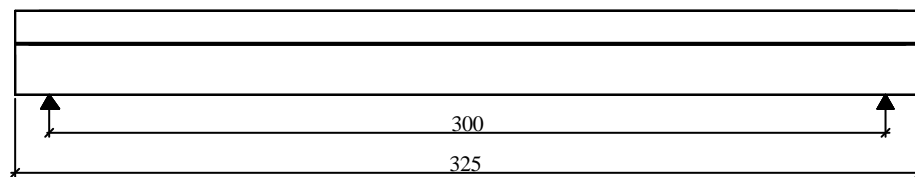
Figura 4.2 - Montagem do ensaio

4.2.1. Dimensões e armadura das vigas

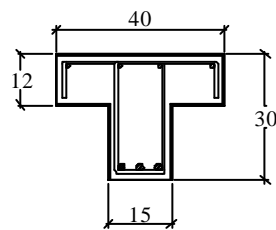
As vigas ensaiadas possuíam seção transversal de mesmas dimensões, apresentavam 325cm de comprimento e foram ensaiadas com um vão livre de 300cm (Figura 4.3).



Vista Longitudinal (VP-1 e VP-2)



Vista Longitudinal (VP-3)



Seção Transversal

Figura 4.3 - Vista longitudinal e seção transversal das vigas

A área da armadura longitudinal não foi variada. As vigas VP-1 (Figura 4.4) e VP-2 (Figura 4.5) diferiam apenas quanto à taxa de armadura de cisalhamento. Enquanto a primeira apresentava uma taxa de 0,74%, a segunda tinha uma taxa de 0,32%, mais de 55% inferior. Nestas vigas, foi previsto um chanfro nas extremidades de forma que a ancoragem dos cabos de protensão fosse feita perpendicularmente à direção deles. A viga VP-3 (Figura 4.6), possuía a mesma taxa de armadura de cisalhamento da viga VP-2, sendo que, neste caso, não foi necessário fazer o chanfro nas extremidades já que os cabos seriam ancorados na alma por meio de um dispositivo metálico especialmente projetado para este fim. Foram previstas, em todos os casos, armaduras especiais para distribuição das tensões nos pontos de ancoragem da força de protensão. O cobrimento adotado foi de 1,5cm em todas as vigas.

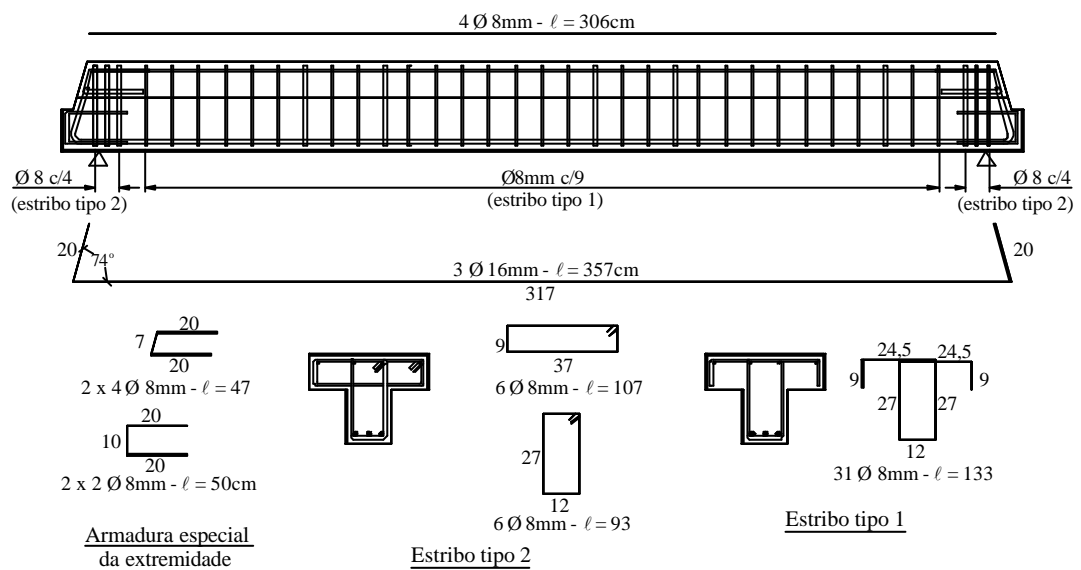


Figura 4.4 - Armação da viga VP-1

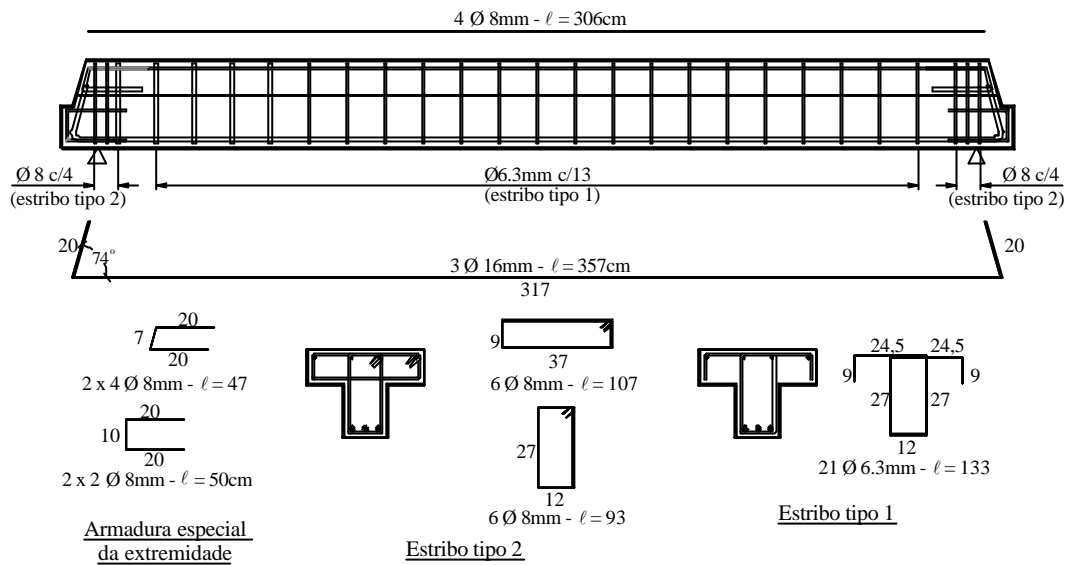


Figura 4.5 – Armação da viga VP-2

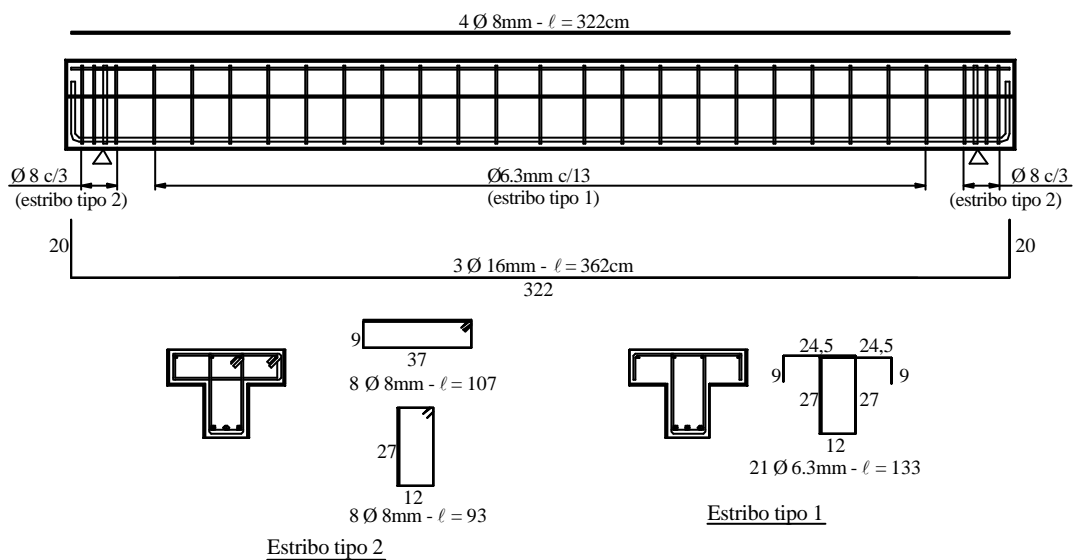


Figura 4.6 - Armação da viga VP-3

4.2.2. Caracterização do reforço

Em todas as vigas o reforço foi feito por meio da adição de dois cabos externos, um em cada lado da viga. A protensão foi aplicada durante o ensaio, estando as vigas já fissuradas e sob um determinado carregamento, representando uma parcela da carga permanente. Cada cabo de protensão era constituído por uma

cordoalha de sete fios engraxada e plastificada de diâmetro nominal $\phi 12,7\text{mm}$ (Figura 4.7). A forma e as excentricidades dos cabos estão mostradas na Figura 4.8.

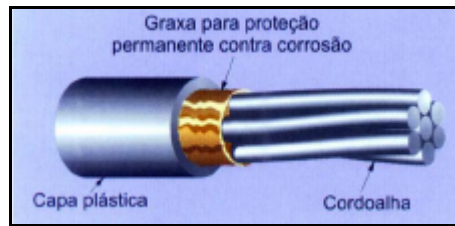


Figura 4.7 - Cordoalha engraxada (CAUDURO, 1997)

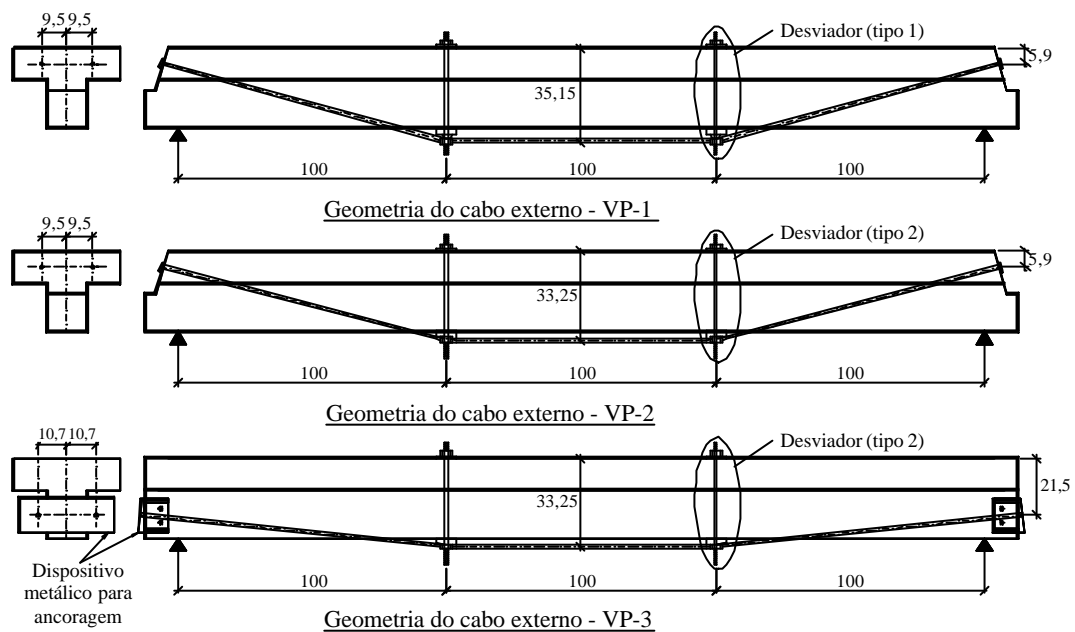


Figura 4.8 - Geometria dos cabos de protensão

A ancoragem dos cabos foi feita por um sistema convencional com portacunhas e cunhas individuais tripartidas (Figura 4.9). O desvio dos cabos nos terços dos vãos foi feito por meio de dispositivos metálicos produzidos especialmente para este fim. Na viga VP-1, foi utilizado o desviador tipo 1 mostrado na Figura 4.10. Verificou-se durante o ensaio que este desviador não proporcionou uma mudança gradual da inclinação do cabo, resultando na ruptura de um dos fios das cordoalhas devido a uma concentração de tensões nesta região. Nas demais vigas, foi utilizado o desviador tipo 2 também mostrado na Figura 4.10. Os desviadores foram fixados às vigas por meio de dois suportes: barras rosqueadas nas extremidades que atravessavam a mesa em furos deixados durante a concretagem. Fotos dos desviadores e dos suportes podem ser vistas na Figura 4.11.



Figura 4.9 - Porta cunha e cunha para ancoragem

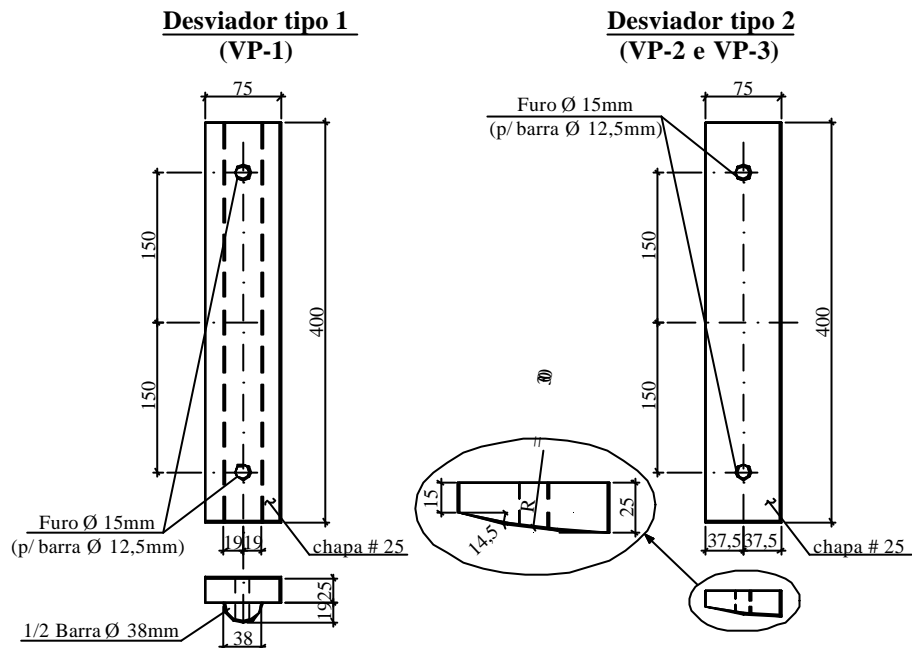


Figura 4.10 - Detalhe dos desviadores

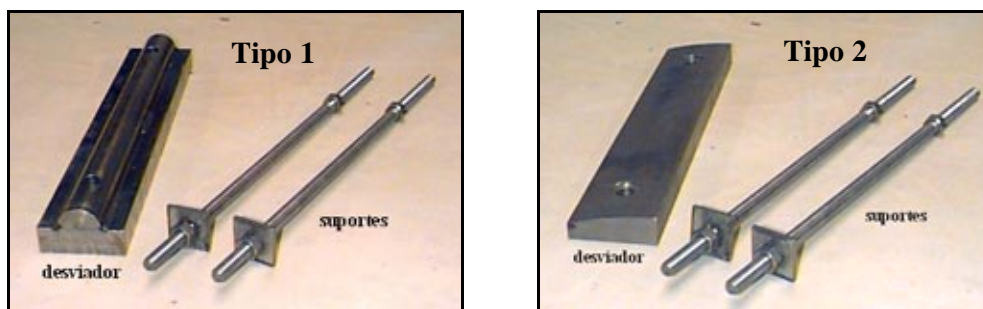


Figura 4.11 – Fotos dos desviadores e dos suportes

Na viga VP-3 foi utilizado um dispositivo metálico auxiliar para ancoragem dos cabos na alma da viga (Figura 4.12). Na chapa de apoio foi dada uma inclinação para que a ancoragem do cabo fosse feita perpendicularmente à sua direção. O dispositivo foi fixado à viga por meio de duas barras rosqueadas que atravessavam a alma em furos deixados durante a concretagem. Uma foto do dispositivo metálico pode ser vista na Figura 4.13.

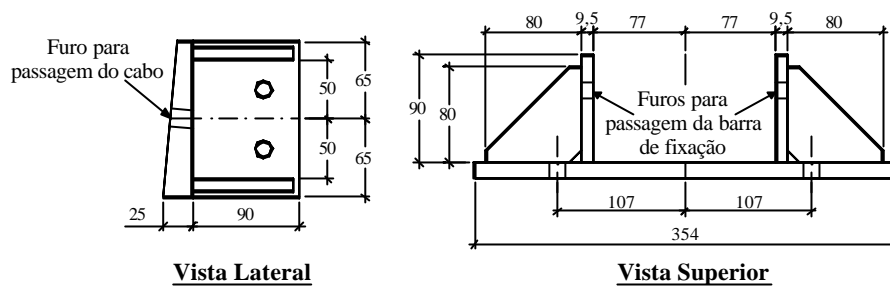


Figura 4.12 – Detalhe do dispositivo especial para ancoragem (VP-3)



Figura 4.13 – Foto do dispositivo especial para ancoragem (VP-3)

4.2.3. Características dos materiais

Para confecção dos modelos, foi utilizado um concreto com traço em massa 1 : 2,3 : 3,15 (cimento : areia : brita nº 1), relação água cimento $a/c = 0,58$ com um consumo de cimento de 350kg/m^3 . Foi utilizado cimento composto CII E 32.

Para determinar a resistência à compressão e a resistência à tração do concreto no dia de cada ensaio, foram moldados 6 corpos-de-prova cilíndricos de 10cm de diâmetro por 20cm de altura (3 para a resistência à compressão e 3 para a resistência à tração). Os ensaios foram realizados na máquina de ensaios ELE Auto-test 2000. Como a resistência utilizada nos cálculos teóricos refere-se a corpos-de-prova de 15cm x 30cm, a resistência à compressão obtida nos ensaios, conforme estabelecido na NBR 5739 (1980), foi minorada de 5% devido ao efeito de escala. A resistência à tração foi obtida pelo ensaio de tração por compressão diametral (NBR 7222, 1983) e também foi minorada de 5%. Para conversão da resistência à tração por compressão diametral ($f_{ct,sp}$) para a resistência à tração direta (f_{ct}) foi utilizada a relação $f_{ct} = 0,9f_{ct,sp}$. As médias dos valores já corrigidos para a resistência à tração e à compressão do concreto encontram-se na Tabela 4.2.

A determinação do módulo de elasticidade foi feita por meio do ensaio de 2 corpos-de-prova, sendo que na viga VP-1 foram utilizados corpos-de-prova de 10cm x 20cm e nas vigas VP-2 e VP-3, de 15cm x 30cm. Os ensaios foram realizados na Máquina Universal INSTRON. Os módulos de deformação longitudinal tangente (E_c) e secante (E_{cs}) foram obtidos a partir do diagrama tensão x deformação do concreto. As médias dos valores encontrados estão na Tabela 4.2. Constam também desta tabela os valores médios obtidos nos ensaios de abatimento do tronco de cone (*slump test*), realizados em cada betonada conforme a NBR 7223 (1992). O adensamento de todos os corpos-de-prova foi feito na mesa vibratória. Os corpos-de-prova da viga VP-1 foram curados na câmara úmida e os das vigas VP-2 e VP-3 com espumas umedecidas.

Tabela 4.2 - Características mecânicas do concreto nos dias dos ensaios

Viga	f_{cj} (MPa)	f_{ij} (MPa)	E_c (MPa)	E_{cs} (MPa)	<i>Slump</i> (cm)
VP-1	27,5	2,20	32.381	29.036	5,05
VP-2	31,6	2,48	29.906	28.190	4,85
VP-3	31,3	2,94	31.758	28.030	5,30

Também foram ensaiadas barras de aço dos diâmetros utilizados nos modelos para obtenção de suas propriedades mecânicas, conforme prescrito na NBR 6152 (1992). As barras de 6,3mm de diâmetro e as barras de 8,0mm referentes às armaduras das vigas VP-2 e VP-3 foram ensaiadas na Máquina Universal DARTEC. As barras de 16mm de diâmetro referentes à armadura de todas as vigas e as de 8,0mm referentes à armadura da VP-1 foram ensaiadas na Máquina Universal INSTRON. Os resultados encontrados são mostrados na Tabela 4.3. As barras de 8,0mm de diâmetro utilizadas nas vigas VP-2 e VP-3 apresentaram módulo de elasticidade sensivelmente superior. Para confirmar o resultado obtido, foram ensaiados outros três corpos-de-prova do mesmo lote, confirmando o valor apresentado na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Características mecânicas dos aços da armadura passiva

Viga	f (mm)	E_s (MPa)	f_y (MPa)	e_y (‰)
VP-1	8,0	208.051	577	2,8
	16	210.000	535	2,5
VP-2 e	6,3	213.416	618	2,9
	8,0	221.104	569	2,6
VP-3	16	209.148	535	2,6

Para a armadura ativa foram utilizadas as características mecânicas fornecidas pelo fabricante (Tabela 4.4).

Tabela 4.4 - Características mecânicas dos aços da armadura ativa

f (mm)	E_{ps} (MPa)	f_{py} (MPa)	e_{py} (‰)	f_{pu} (MPa)
12,7	208.000	1.820	8,8	2.000

4.2.4. Confeção da viga

Foi utilizada uma fôrma de madeira compensada de 15mm de espessura fabricada especialmente para a confecção das vigas. O concreto foi produzido numa misturadora de eixo vertical tipo contra-corrente com capacidade para 250 litros. O volume total da mistura foi de 330 litros. O concreto foi lançado com o auxílio de pás e adensado com vibrador de imersão. Para a cura das vigas, iniciada 8 horas após a concretagem, foram colocadas espumas molhadas sobre a mesa. A cura foi mantida até o dia da desforma. As vigas VP-1 e VP-3 foram desformadas 3 dias após a concretagem e a viga VP-2, 5 dias após a concretagem para que se desse início à montagem do ensaio. Os ensaios das vigas VP-1 e VP-2 foram realizados aos 9 dias e o ensaio da VP-3, aos 8 dias. Uma foto durante a concretagem da viga VP-1 pode ser vista na Figura 4.14, sendo mostrado em destaque o tubo de PVC deixado para passagem da barra de fixação do desviador.



Figura 4.14 - Concretagem da viga VP-1

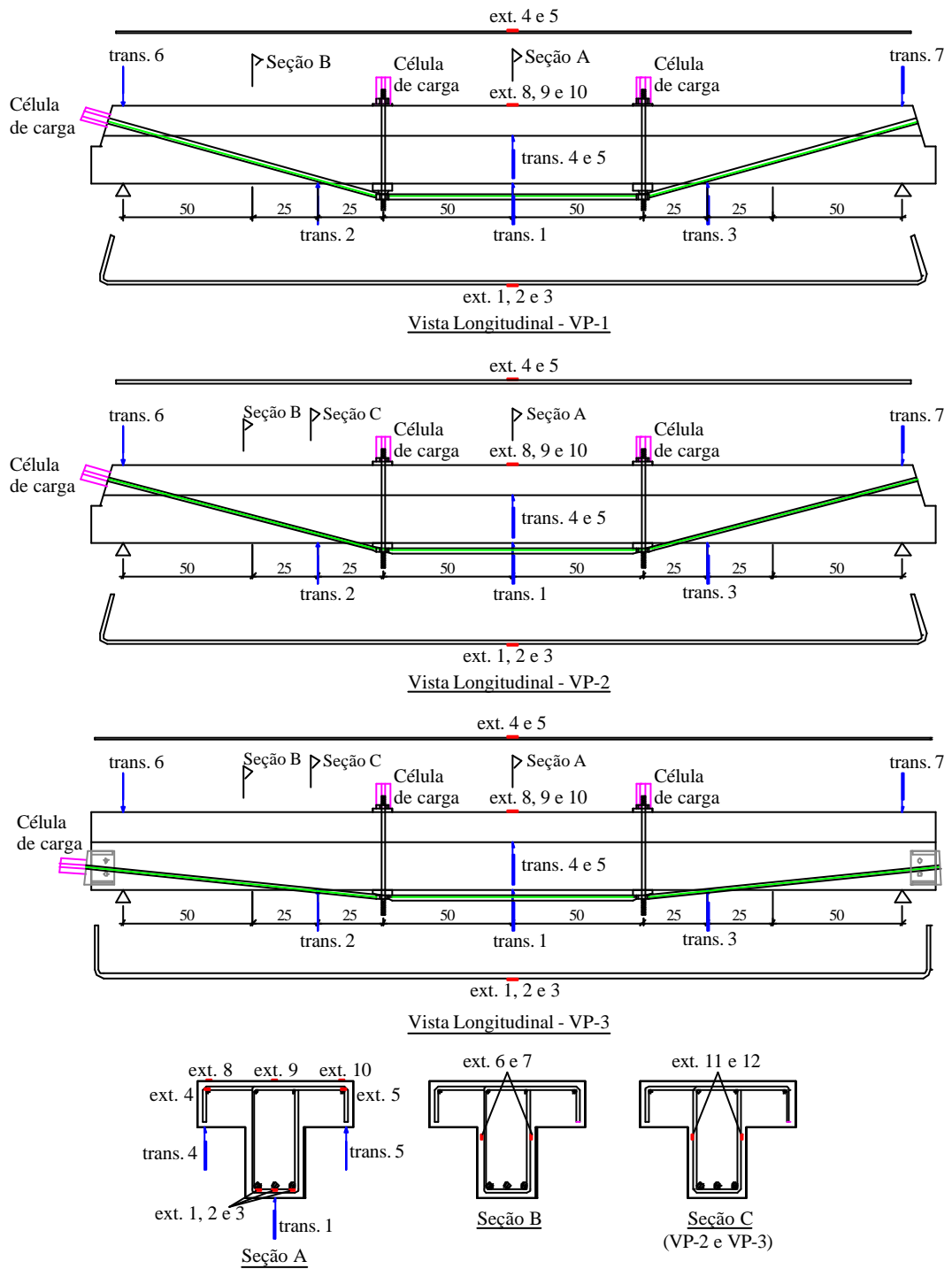
Na foto da Figura 4.15 é mostrado em detalhe a extremidade da fôrma da viga VP-2, com destaque para os tubos de PVC deixados para passagem do cabo de protensão na mesa da viga. Observa-se também a peça de madeira fixada na extremidade, de forma a fazer o chanfro para ancoragem do cabo de protensão e a armadura especial na zona de introdução da força de protensão.



Figura 4.15 - Detalhe da extremidade da fôrma da viga VP-2

4.2.5. Instrumentação

Para instrumentação do modelo, foram utilizados extensômetros elétricos de resistência, transdutores de deslocamento e células de carga, como mostrado na Figura 4.16. Para medir a deformação do concreto, foram utilizados extensômetros de 10mm de comprimento e, para medir a deformação do aço, de 5mm. Na seção do meio do vão, foram instrumentados o concreto da mesa (3 pontos), as três barras da armadura longitudinal tracionada e as duas barras da armadura longitudinal comprimida mais próximas das laterais das vigas. A instrumentação da armadura longitudinal comprimida tinha a finalidade de controlar, durante a protensão dos cabos externos, a flexão da viga em torno do eixo vertical.



Legenda:
 ext. = extensômetros elétricos de resistência
 trans. = transdutores de deslocamento

Figura 4.16 - Instrumentação das vigas – representação esquemática

Na viga VP-1, foram instrumentados os dois ramos do estribo situado na seção no meio do vão submetido ao cisalhamento, ou seja, a 50 cm do apoio. Nas vigas VP-2 e VP-3, além do estribo desta seção, foi instrumentado também o estribo de uma seção mais próxima do ponto de aplicação do carregamento, a aproximadamente 75 cm do apoio.

Os deslocamentos no meio do vão e a 75cm dos apoios foram medidos por transdutores de deslocamento de 100mm de curso. Nos apoios, foram utilizados transdutores de 50mm de curso. Os deslocamentos obtidos ao longo do vão foram corrigidos, descontando-se os deslocamentos dos apoios.

A força aplicada foi medida por meio de células de carga ELK com capacidade para 500kN (50t) e a força de protensão nos cabos foi medida em células de carga fabricadas no próprio laboratório, com capacidade para 150kN (15t).

4.2.6. Procedimentos dos ensaios

Os ensaios foram realizados em 3 etapas. Na primeira etapa, foi aplicado um carregamento crescente em incrementos de 2,5kN em cada atuador hidráulico até a fissuração da viga e, posteriormente, de 5kN até se atingir uma força de 40kN. Este carregamento tinha a intenção de simular uma parcela da carga permanente atuante em uma viga numa situação real. É importante ressaltar que, no início desta etapa, o peso próprio da viga foi equilibrado por forças aplicadas nos atuadores hidráulicos e zeradas as leituras nos instrumentos de medição.

Na segunda etapa, a força aplicada foi mantida constante enquanto os cabos de protensão foram posicionados e protendidos. Nas vigas VP-1 e VP-2 cada cabo foi protendido de uma só vez, registrando-se as leituras dos instrumentos de medição a cada incremento de 20kN. Na viga VP-3, para evitar uma ruptura localizada por tração excessiva na região do dispositivo auxiliar de ancoragem, os cabos foram protendidos em etapas. Ou seja, aplicava-se uma parcela da força total no 1º cabo, ancorava-se, aplicava-se uma parcela da força total no 2º cabo, ancorava-se, voltava-se a aplicar força no 1º cabo, e assim sucessivamente até se atingir a força final desejada. Também neste caso, as leituras foram registradas a cada incremento de 20kN.

A terceira etapa iniciou-se após a ancoragem dos cabos, voltando-se a aumentar a força aplicada e levando-se a viga até a ruína. Nesta terceira etapa, as forças foram aplicadas em incrementos de 15kN.

Cada etapa durou aproximadamente 50 minutos, totalizando duas horas e meia para a realização de cada ensaio. Ao fim da terceira etapa, a força externa foi reduzida até 40kN para que os cabos externos fossem desprotendidos. Só então a força externa era completamente aliviada.

4.3. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

Neste item são apresentados e comentados os resultados obtidos nos ensaios realizados. Durante os ensaios, foi lida a média das forças aplicadas pelos dois macacos hidráulicos. Todos os resultados são apresentados referindo-se a este valor. Como os resultados obtidos nos ensaios, de uma maneira geral, foram muito semelhantes entre si, optou-se por apresentá-los simultaneamente.

Os gráficos força x deslocamento transversal e força x deformação das armaduras e do concreto apresentam a forma esquematicamente mostrada na Figura 4.17. Todos os gráficos traçados a partir dos resultados dos ensaios estão apresentados no final deste capítulo.

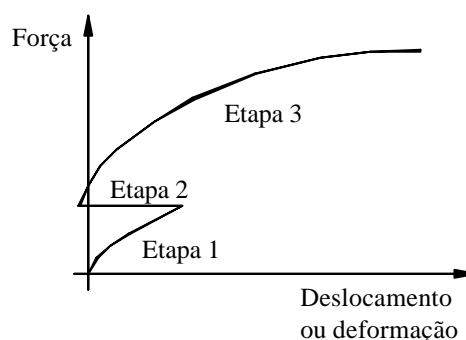


Figura 4.17 - Forma dos gráficos força x deslocamento ou força x deformação

4.3.1. Descrição da primeira etapa

Na primeira etapa do carregamento, ou seja, antes da aplicação da protensão, pôde-se observar a fissuração das vigas. Uma vista superior das fissuras na nervura da viga VP-1, na região entre os desviadores, para uma força de 40kN pode ser

observada na Figura 4.18. Este esquema de fissuração também é representativo do que aconteceu nos demais modelos. A força correspondente à identificação das primeiras fissuras visíveis nas vigas VP-1 e VP-3 foi de 17,5kN e na viga VP-2, de 20kN. As forças teoricamente previstas eram 8,8kN, para a viga VP-1, 10,2kN para a viga VP-2 e 11,9kN para a viga VP-3, muito inferiores aos valores observados experimentalmente. No entanto, analisando-se os diagramas força x deslocamento vertical da Figura 4.26, pode-se notar que as vigas começaram a perder rigidez com uma força de aproximadamente 10kN. Isto pode ser explicado pela microfissuração do concreto, não visível a olho nu. Nas vigas VP-2 e VP-3, observou-se o aparecimento de algumas fissuras inclinadas nos trechos submetidos ao esforço cortante com uma força de 40kN. A flecha no meio do vão ao fim desta primeira etapa ficou próxima a 6mm nas três vigas ensaiadas (Figura 4.26).

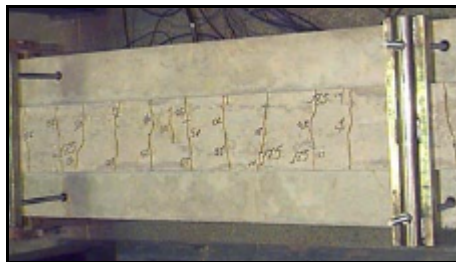


Figura 4.18 – Vista superior das fissuras na nervura na região entre desviadores para força de 40kN (viga VP-1)

4.3.2. Descrição da segunda etapa

A protensão dos cabos foi feita procurando-se manter a força aplicada pelos macacos em 40kN. Na Figura 4.19, pode-se observar o posicionamento do macaco durante a protensão do primeiro cabo da viga VP-1. Como foi comentado anteriormente, nas vigas VP-1 e VP-2 toda a operação de protensão de cada cabo foi feita de uma única vez. Na viga VP-3, ao se atingir uma força de protensão de aproximadamente 90kN no 1º cabo, observou-se a presença de uma fissura na linha dos fixadores do dispositivo auxiliar para ancoragem (Figura 4.20). Estas fissuras apareceram do lado oposto ao que se estava aplicando a protensão, ou seja, do lado tracionado. O estado de fissuração indicava claramente uma tendência ao arrancamento do concreto nesta região da ancoragem. A operação de protensão foi então interrompida e reiniciada pelo outro cabo. A protensão foi aplicada em etapas

visando a minimizar o efeito causado pelo “desbalanceamento” das forças nos cabos. Com este procedimento, foi possível atingir a força de protensão final desejada. A fissuração desta região não comprometeu o ensaio que transcorreu normalmente após a protensão dos cabos.



Figura 4.19 - Detalhe do macaco durante a protensão do primeiro cabo da VP-1



Figura 4.20 - Detalhe da fissuração na ancoragem ativa da viga VP-3

A força máxima aplicada em cada cabo (P_i) e a força final após a ancoragem (P_o) podem ser vistas na Tabela 4.5. As perdas por encunhamento foram calculadas e também constam desta tabela. Como a ancoragem dos cabos foi feita manualmente, sem nenhum dispositivo especial para este fim, as perdas por encunhamento foram bastante diferentes em cada caso. A perda máxima foi de 18,4% no segundo cabo da VP-2 e a perda mínima foi de 12,1% no segundo cabo da VP-1. O valor médio ficou em 14,3%, próximo dos 15% que se esperava teoricamente, considerando uma penetração da cunha de 3mm.

Em cada viga, durante o estiramento do segundo cabo, a força de protensão no primeiro cabo era sensivelmente reduzida, chegando a um valor final P_{o2} após a ancoragem do segundo cabo. Isto se dava principalmente devido ao efeito da recuperação da flecha que causava a diminuição do comprimento do primeiro cabo. Para compensar este efeito de forma que os valores finais das forças de protensão

ficassem próximos, a força máxima aplicada no segundo cabo foi sempre menor do que a força aplicada no primeiro. Na viga VP-3, este efeito foi menos significativo devido à forma de realização da protensão, por etapas.

Tabela 4.5 - Forças de protensão e perdas por encunhamento

Viga	1º Cabo				2º Cabo		
	P_i (kN)	P_o (kN)	DP_e/P (%)	P_{o2} (kN)	P_i (kN)	P_o (kN)	DP_e/P (%)
VP-1	120	101	15,8	95	116	102	12,1
VP-2	120	104	13,3	99	114	93	18,4
VP-3	119	103	13,4	101	119	104	12,6

Durante a aplicação da protensão, houve uma recuperação total da flecha no meio do vão, chegando-se a ter uma leve contra-flecha em todos os casos (Figura 4.26). A armadura longitudinal, originalmente tracionada pelo carregamento aplicado, chegou a ficar comprimida com a protensão dos cabos externos (Figura 4.28). No fim desta etapa, as fissuras se fecharam completamente. Na Figura 4.21, pode-se observar em detalhe a ancoragem dos cabos na extremidade passiva da viga VP-1 e o posicionamento das células de carga para leitura da força nas cordoalhas.

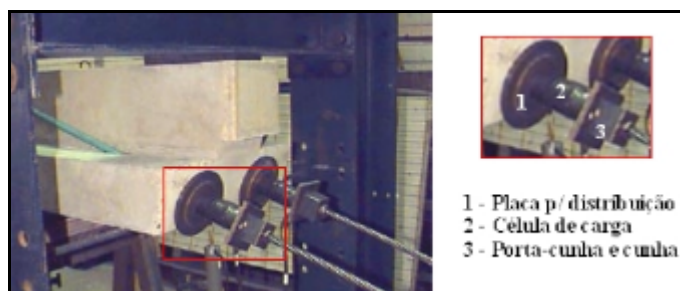


Figura 4.21 - Detalhe da ancoragem passiva dos cabos

4.3.3. Descrição da terceira etapa

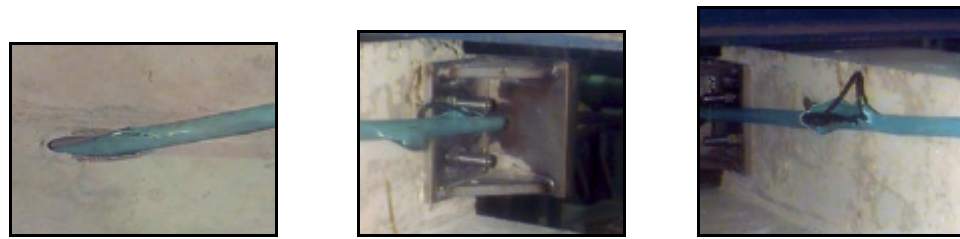
Com a retomada do carregamento, as fissuras de flexão voltaram a se abrir numa força de 70kN. As fissuras de cisalhamento começaram a aparecer com uma força de 130kN nas vigas VP-1 e VP-2 e com uma força de 115kN na viga VP-3. Pode-se observar que, após a aplicação da protensão, as inclinações das curvas força x deslocamento no meio do vão (Figura 4.26) e nos quartos do vão (Figura 4.27) aumentaram, representando um ganho de rigidez da viga. A armadura longitudinal

tracionada entrou em escoamento com uma força de aproximadamente 160kN nas três vigas ensaiadas.

4.3.4. Comentários sobre a ruína das vigas

Esperava-se uma ruptura das vigas no domínio 3, com esmagamento do concreto após o escoamento da armadura interna. No entanto, logo após o escoamento da armadura passiva, houve a ruptura de pelo menos um dos fios de uma das cordoalhas, interrompendo-se os ensaios. Isto aconteceu com uma força de 180kN na VP-1, de 190kN na VP-2 e de 185kN na VP-3. Vale ressaltar que nas vigas VP-2 e VP-3, após o escoamento da armadura interna, o registro das leituras dos instrumentos de medição não foi feito em intervalos reduzidos como na VP-1 e, por isso, a força máxima atingida acabou não sendo registrada. Antes da ruptura, a força nas cordoalhas ficou entre 140kN na viga VP-3 e 151kN na viga VP-2 (Figura 4.32), bastante inferior à força de escoamento prevista de aproximadamente 180kN. Ao fim de cada ensaio, as bainhas plásticas das cordoalhas foram retiradas, verificando-se que a ruptura ocorreu sempre sobre o desviador.

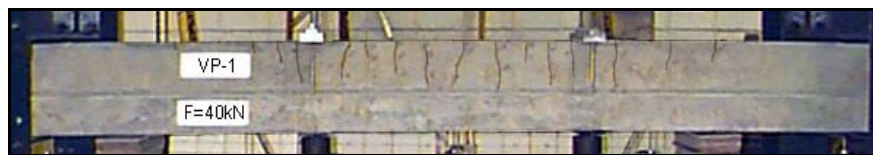
Após o primeiro ensaio (VP-1), analisando-se a forma de ruína, percebeu-se que este problema tinha ocorrido devido à acentuada inclinação do cabo (aproximadamente 15°) e à ineficiência do desviador. O trecho de contato entre o desviador e o cabo era muito pequeno, havendo uma concentração de tensões e um esmagamento dos fios nesta região. Para os demais ensaios, buscando-se resolver este problema, o desviador foi re-projetado de forma que se obtivesse uma mudança de direção mais suave do cabo. No entanto, mesmo na viga VP-3, na qual além da alteração do desviador houve uma redução da inclinação do cabo, este tipo de ruptura ainda ocorreu. Na Figura 4.22, observam-se as bainhas plásticas rompidas. Isto acontece pois, quando um fio rompe, ele tende a se desenrolar provocando a ruptura da bainha na região próxima à ancoragem (ponto no qual o fio está impedido de continuar desenrolando).



a) VP-1 (próximo à mesa) b) VP-3 (lado direito) c) VP-3 (lado esquerdo)

Figura 4.22 - Detalhe do rompimento das bainhas plásticas

Nas figuras a seguir podem ser vistas seqüências de fotos das vigas durante os ensaios.



Fim da primeira etapa, com $F = 40\text{kN}$.



Após a protensão dos cabos.



Na ruína, com $F = 180\text{kN}$

Figura 4.23 - Sequência de fotos da viga VP-1 durante o ensaio



Fim da primeira etapa, com $F = 40\text{kN}$.



Após a protensão dos cabos.



Próximo à ruína, com $F = 160\text{kN}$

Figura 4.24 - Sequência de fotos da viga VP-2 durante o ensaio

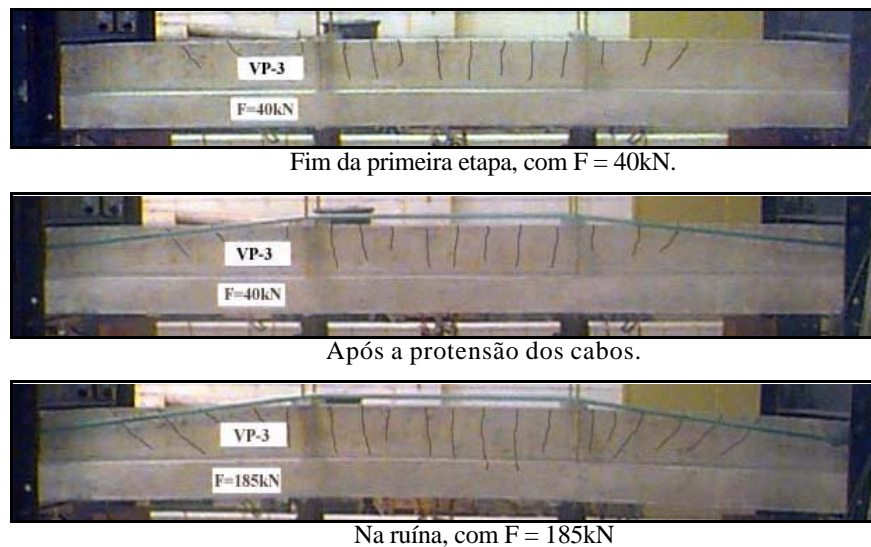


Figura 4.25 - Sequência de fotos da viga VP-3 durante o ensaio

4.3.5. Apresentação dos gráficos

Nas Figuras 4.26 a 4.30, estão mostradas as curvas força x deslocamento no meio e nos quartos dos vãos e as curvas força x deformação nas armaduras internas e no concreto para as três vigas ensaiadas. Pode-se notar um comportamento semelhante em todas elas, destacando-se que a protensão aplicada praticamente eliminou o efeito da “carga permanente”. Devido à força axial de compressão promovida pela protensão, observa-se que enquanto as armaduras tracionadas chegaram a ficar comprimidas pelo efeito da protensão, as armaduras comprimidas e o concreto das mesas não sofreram inversão de esforços. Ou seja, ao final da segunda etapa, a seção no meio do vão, em todas as vigas, encontrava-se inteiramente comprimida.

Na Figura 4.31, observa-se que a deformação dos estribos foi pequena até o surgimento das fissuras de cisalhamento, com uma força de 130kN nas vigas VP-1 e VP-2 e com uma força de 115kN na viga VP-3. Após o aparecimento das fissuras, a contribuição dos estribos na resistência ao cisalhamento aumenta substancialmente, o que pode ser notado pela menor inclinação das curvas. Pode-se observar também que os estribos da viga VP-1 foram os que menos se deformaram e os estribos da viga VP-3 os que mais se deformaram até a ruína. Isto já era de se esperar devido à maior

taxa de armadura de cisalhamento na viga VP-1 e à menor inclinação dos cabos de protensão na viga VP-3.

Na Figura 4.32, nota-se que, de uma maneira geral, com o aumento da força aplicada as forças nos cabos de protensão tendem a se aproximar, praticamente se igualando próximo à ruptura. Este efeito é menos notado na viga VP-2.

Na Figura 4.33, foram traçadas as curvas da força aplicada pela variação média das tensões no cabo de protensão e na armadura interna em relação às tensões ao fim da operação de protensão dos cabos. Para obtenção da tensão na armadura pretendida, dividiu-se a média das forças lidas nas células de carga pela área nominal da cordoalha. A tensão na armadura interna foi obtida multiplicando-se a média das deformações nas armaduras pelo módulo de elasticidade. É importante comentar que a variação de tensão nesta armadura inclui sua descompressão inicial. Além disso, após o escoamento, a tensão na armadura não continua crescendo, como mostrado no gráfico. Vale apenas a indicação de que ocorreu o escoamento.

Inicialmente, a tensão na armadura interna cresce numa velocidade superior à do cabo externo. Quando a armadura interna entra em escoamento, a velocidade de crescimento da tensão no cabo externo aumenta, o que pode ser notado pela diminuição da inclinação da curva. Na viga VP-3, a ruptura do cabo de protensão ocorreu no passo de carga imediatamente posterior ao que foi observado o escoamento da armadura interna e este efeito não pôde ser observado com clareza.

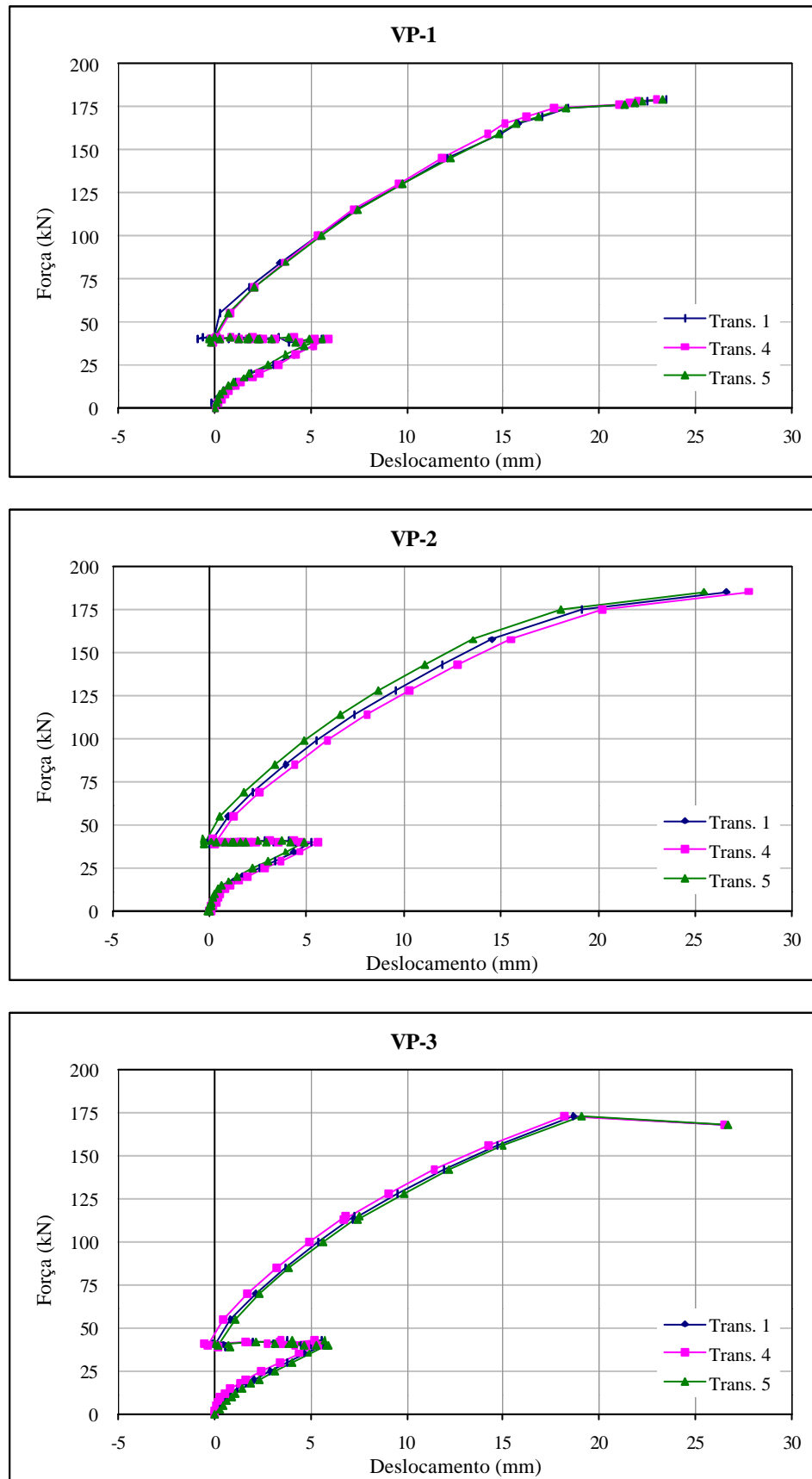


Figura 4.26 - Gráficos força x deslocamento vertical no meio do vão

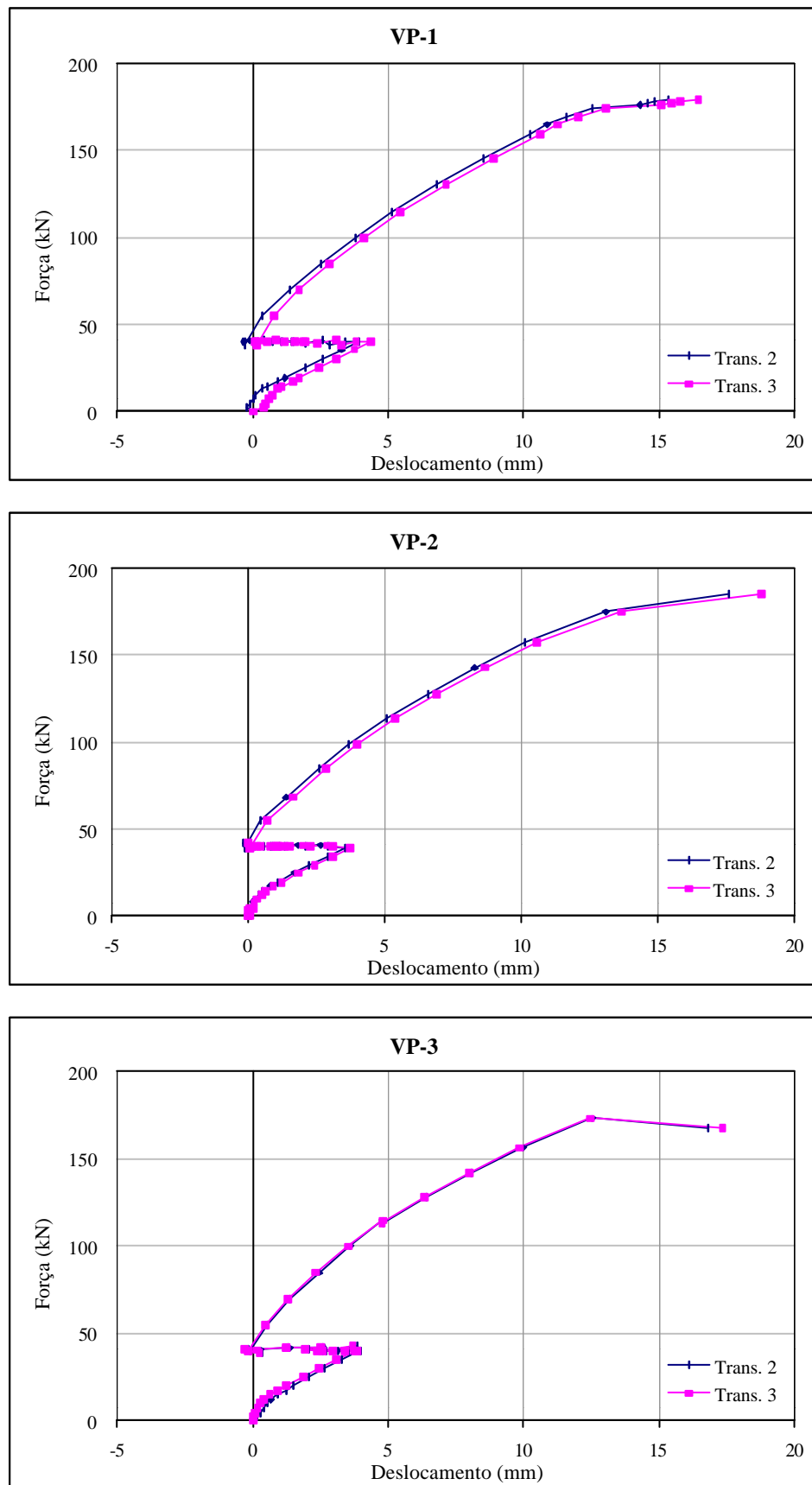


Figura 4.27 - Gráficos força x deslocamento vertical nos quartos do vão

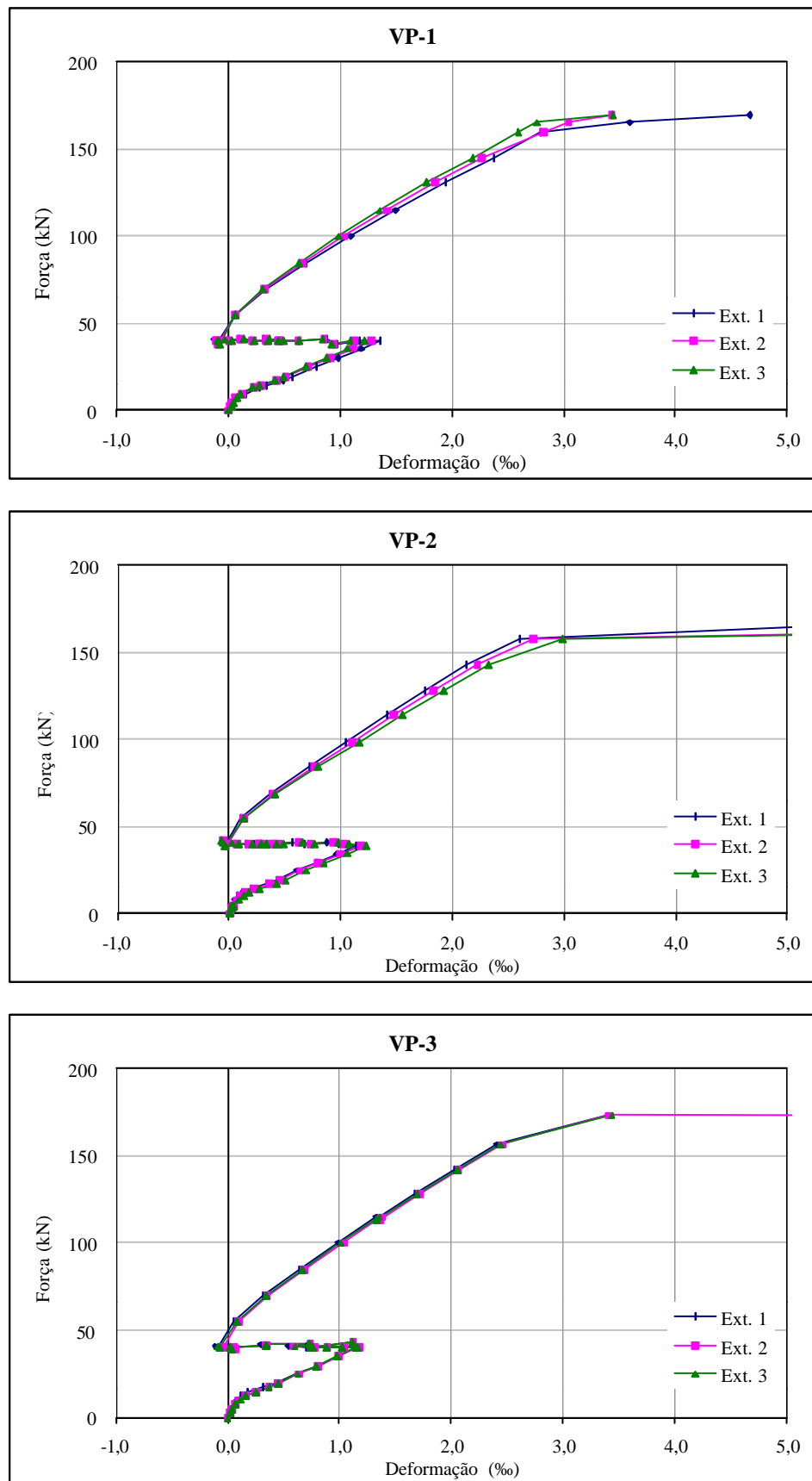


Figura 4.28 - Gráficos força x deformação na armadura longitudinal tracionada

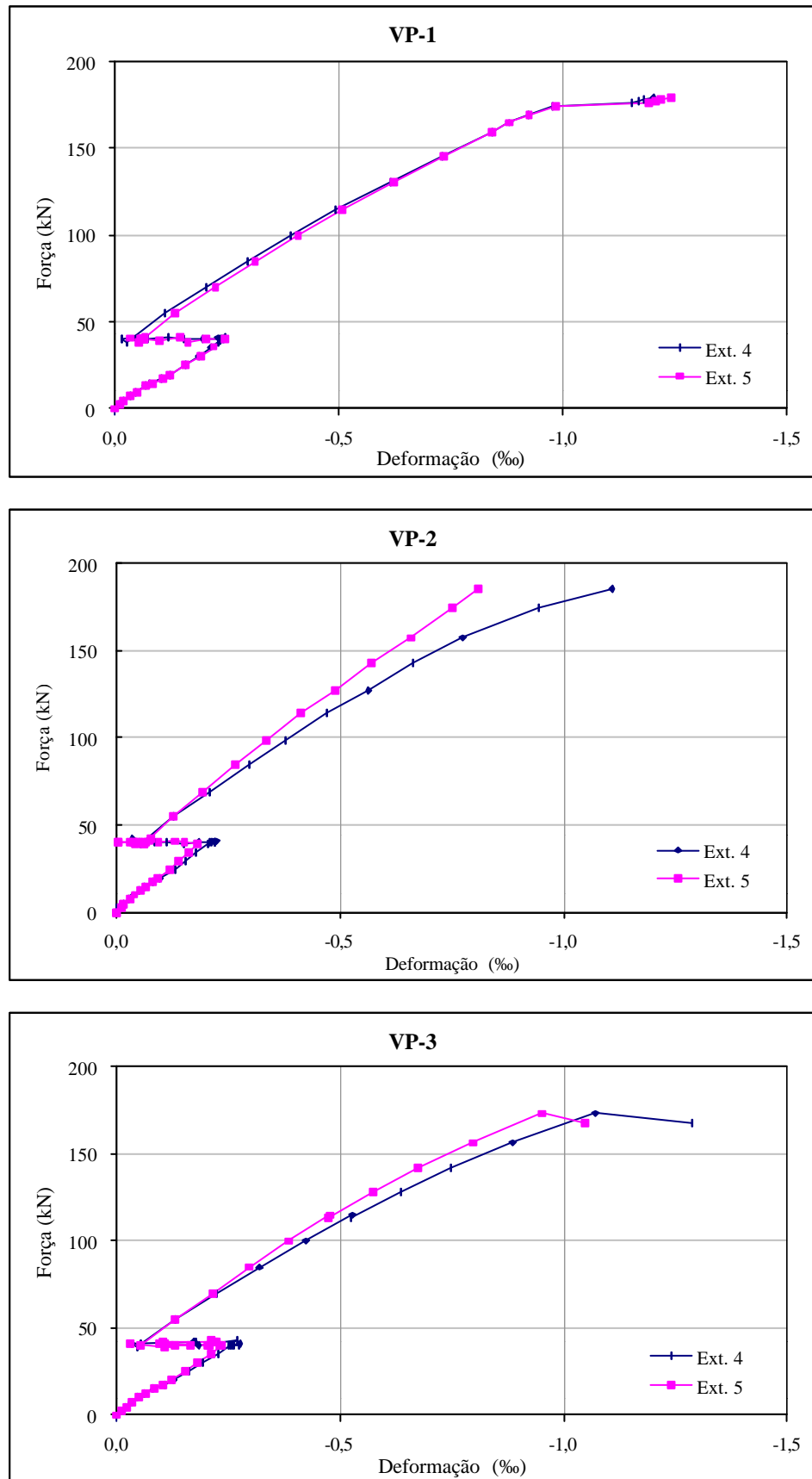


Figura 4.29 - Gráficos força x deformação na armadura longitudinal comprimida

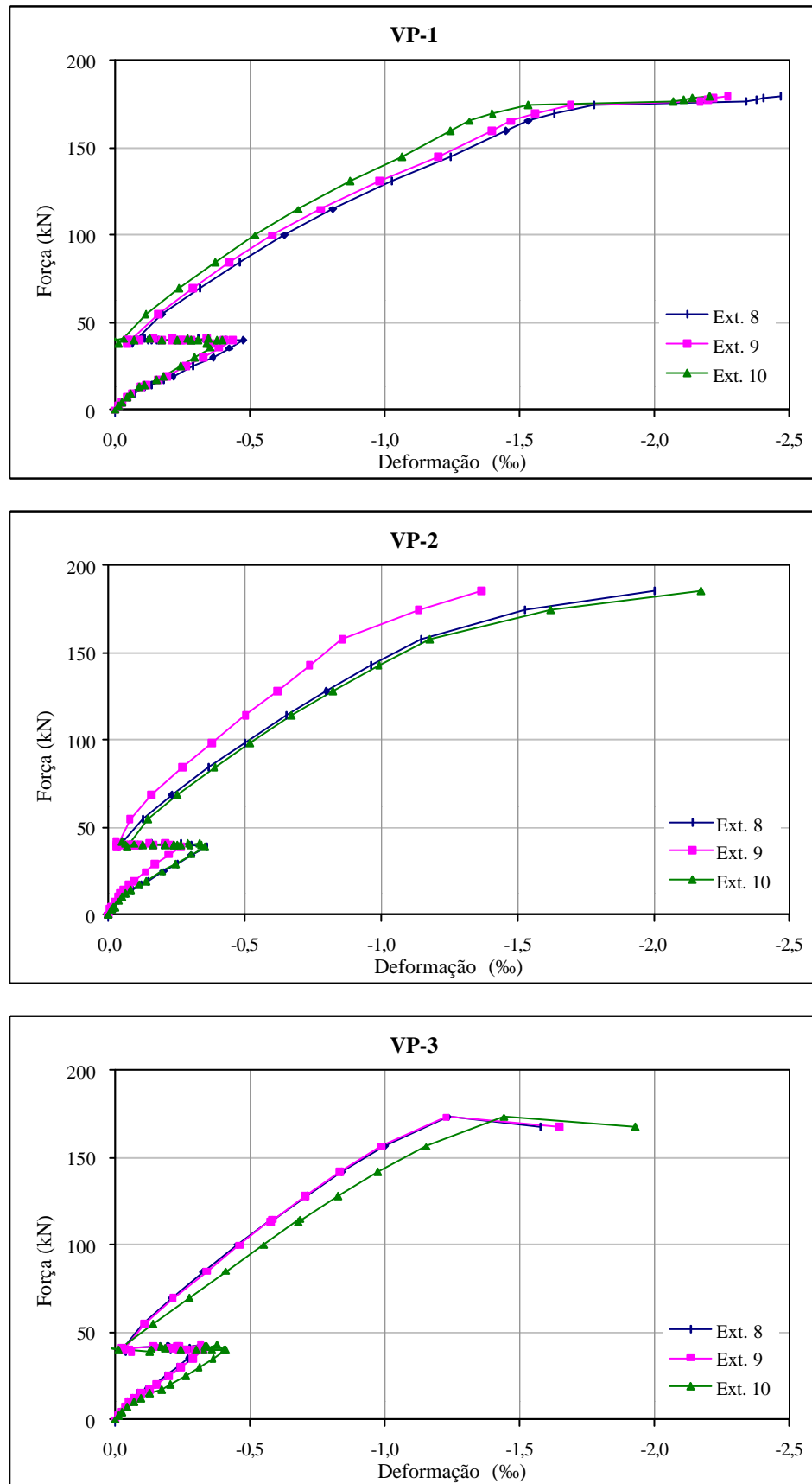


Figura 4.30 - Gráficos força x deformação no concreto

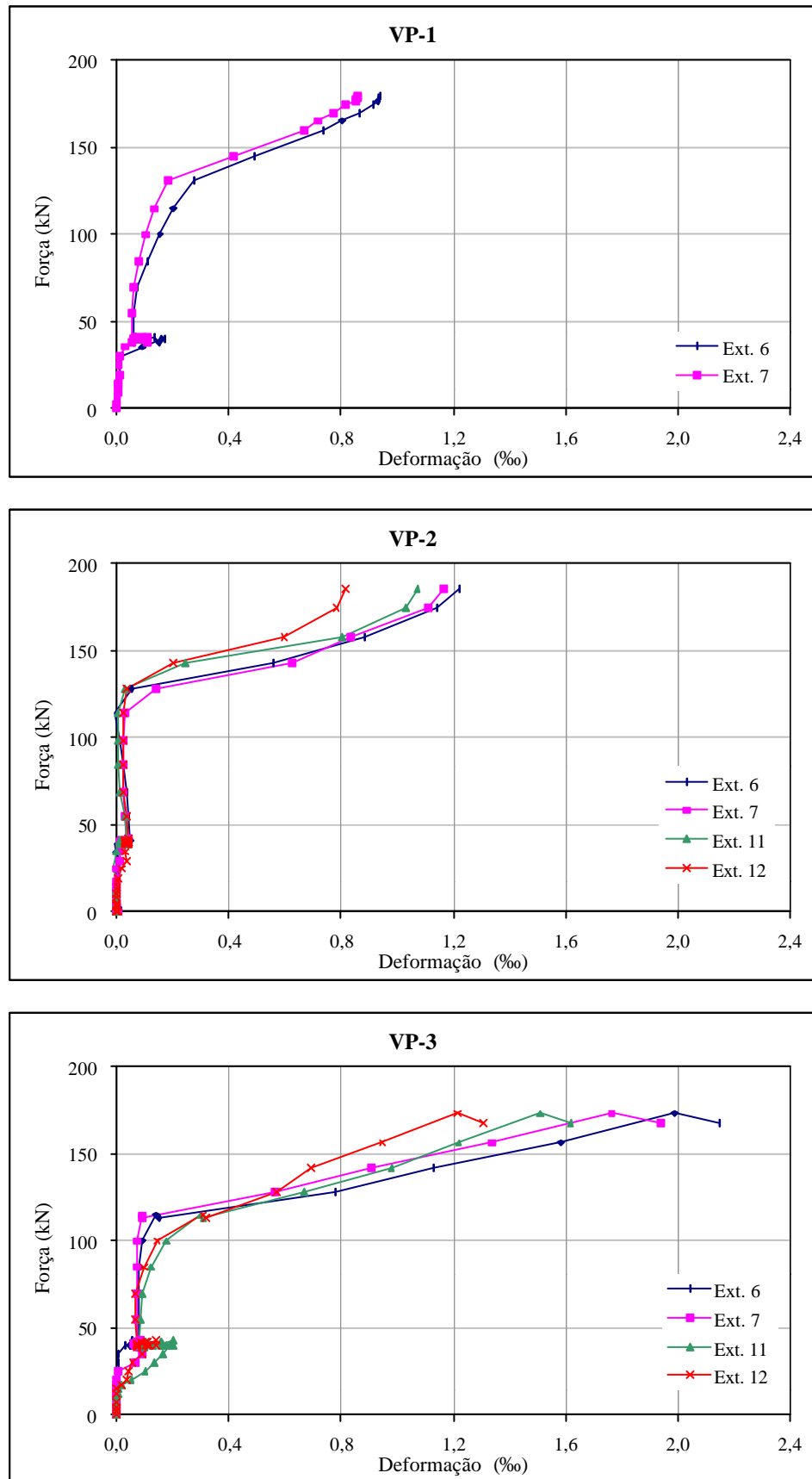


Figura 4.31 - Gráficos força x deformação nos estribos

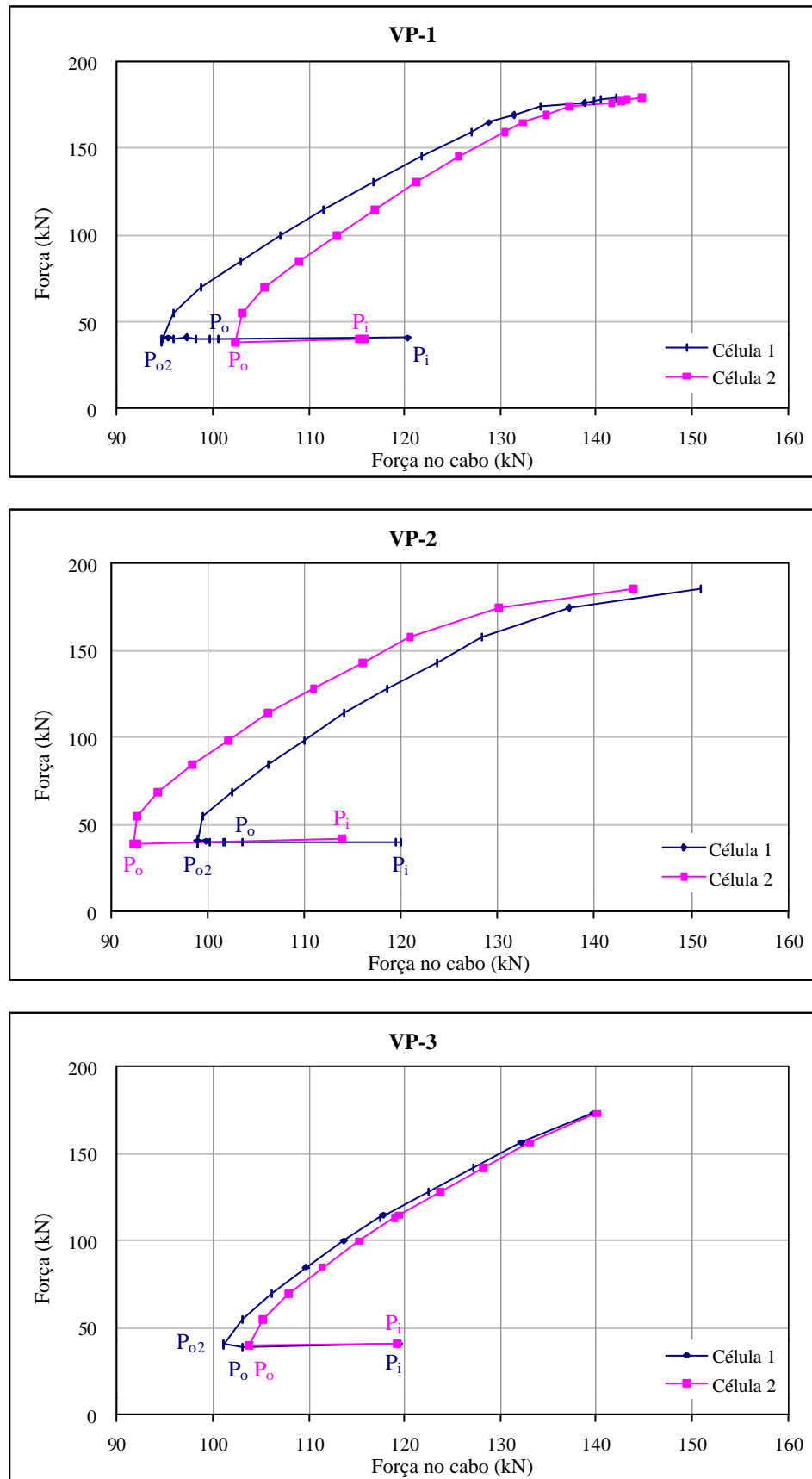


Figura 4.32 - Gráficos força aplicada x força nos cabos externos

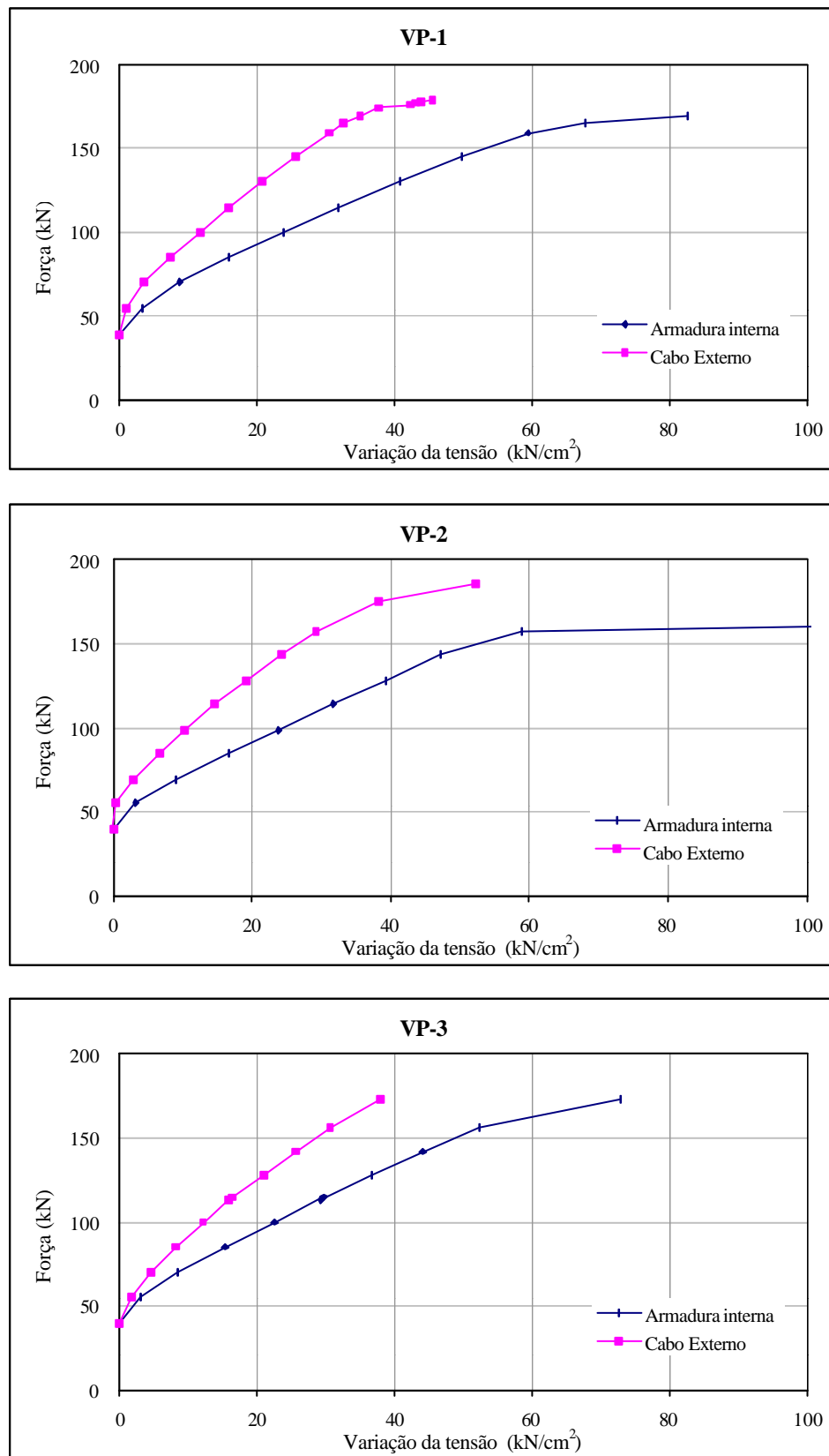


Figura 4.33 - Gráficos força x variação das tensões na armadura interna e no cabo externo

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo serão analisados os resultados dos ensaios realizados. A análise será dividida em três partes. Primeiramente, as vigas ensaiadas serão comparadas umas com as outras a partir de gráficos traçados com dados das três vigas simultaneamente. Numa segunda etapa, o comportamento da viga VP-1 será comparado com o comportamento de seis vigas semelhantes ensaiadas por REIS (1998) e que foram reforçadas por meio de outras técnicas. Por fim, os resultados experimentais de cada uma das vigas serão comparados com previsões teóricas tanto para a ruína como para o comportamento das vigas no decorrer do ensaio. Em todos os casos, se fará sempre referência à força **F** que equivale à média das forças aplicadas. A numeração de extensômetros indicada em alguns gráficos se refere à Figura 4.16, onde está representada esquematicamente a instrumentação das vigas.

5.2. COMPARAÇÕES ENTRE AS VIGAS ENSAIADAS

Para comparar o comportamento das três vigas ensaiadas, foram traçados gráficos com a média das leituras dos instrumentos para cada tipo de medição: deslocamento transversal no meio do vão, deformação no concreto, deformação na armadura longitudinal e deformação no estribo. No caso das vigas VP-2 e VP-3, que tiveram os estribos de duas seções instrumentados, foram colocadas as médias das leituras de cada seção.

O comportamento das vigas ensaiadas foi muito semelhante. Do gráfico da Figura 5.1, pode-se observar que as flechas das vigas foram praticamente iguais até muito próximo da ruína. A rigidez das vigas, a variação da rigidez ao longo do ensaio, a recuperação da flecha com a aplicação da protensão, todos estes parâmetros foram muito parecidos. Pode-se perceber, como era de se esperar, que a variação da área da armadura transversal não interferiu significativamente na rigidez das vigas.

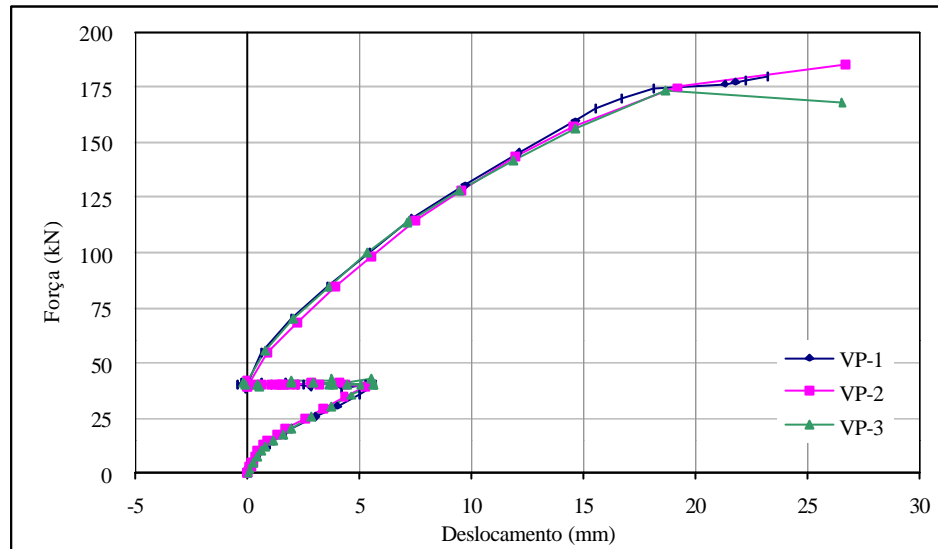


Figura 5.1 - Gráfico força x deslocamento vertical - comparação entre as vigas ensaiadas

A forma do cabo externo também não apresentou nenhuma alteração significativa na rigidez nem na recuperação da flecha das vigas. Podia-se pensar que os cabos ancorados na mesa, como nas vigas VP-1 e VP-2, por apresentarem maiores inclinações e, portanto, valores mais altos para as componentes verticais da força de protensão, pudessem contribuir mais significativamente na recuperação do deslocamento vertical. Há que se considerar, no entanto, um outro aspecto. Ao se ancorar o cabo na alma, abaixo do centro de gravidade da seção, se está gerando um momento negativo, que também contribui na recuperação da flecha.

As deformações na armadura tracionada das vigas (Figura 5.2) também foram muito parecidas. Apenas a deformação no concreto (Figura 5.3) apresentou alguma diferença, com a viga VP-1 sempre com maiores deformações.

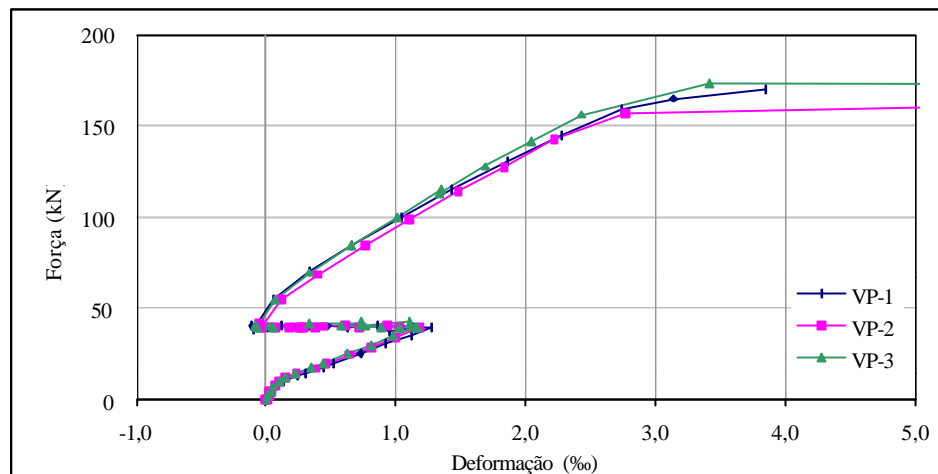


Figura 5.2 - Gráfico força x deformação na armadura longitudinal - comparação entre as vigas ensaiadas

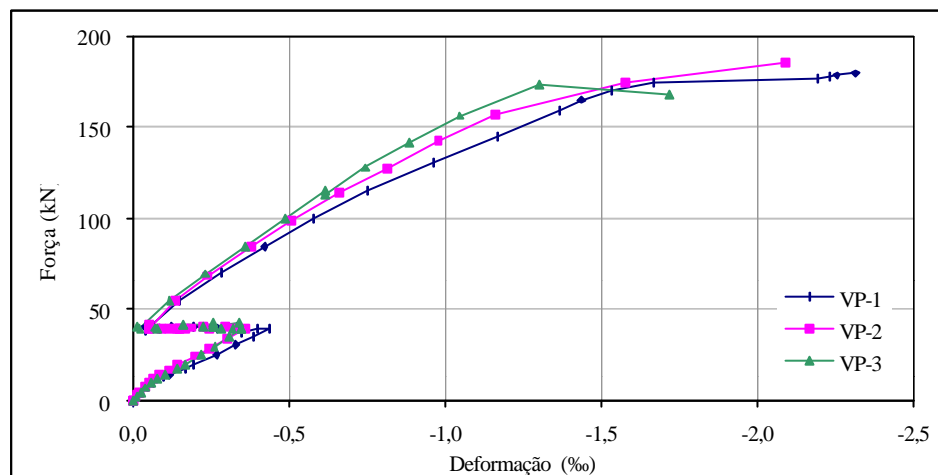


Figura 5.3 - Gráfico força x deformação no concreto - comparação entre as vigas ensaiadas

Na Figura 5.4, está apresentado o gráfico força x deformação nos estribos. A viga VP-3 foi a que apresentou maiores deformações. Foi também nesta viga que os estribos começaram a se deformar mais significativamente¹ com uma força mais baixa, de aproximadamente 115kN. Isso pode ser explicado pela forma dos cabos e pela taxa de armadura de cisalhamento desta viga. Nas vigas VP-1 e VP-2, o ângulo de desvio dos cabos era maior, resultando numa força vertical para cima devida à protensão também maior, reduzindo, com isso, a força cortante atuante. Apesar da componente horizontal da força de protensão ser maior na viga VP-3, o efeito da

¹ Os estribos se deformam mais significativamente a partir do surgimento as fissuras de cisalhamento.

componente vertical foi mais significativo no retardamento do aparecimento das fissuras de cisalhamento. Além disso, a viga VP-1 apresentava maior taxa de armadura de cisalhamento.

Os estribos das vigas VP-1 e VP-2 começaram a se deformar significativamente com uma força aproximadamente igual, de 130kN, apesar de os estribos da viga VP-1 já apresentarem alguma deformação anterior. No entanto, como a taxa de armadura transversal da viga VP-1 é maior, os estribos desta viga se deformaram mais lentamente do que os da viga VP-2, o que pode ser notado pela maior inclinação da curva.

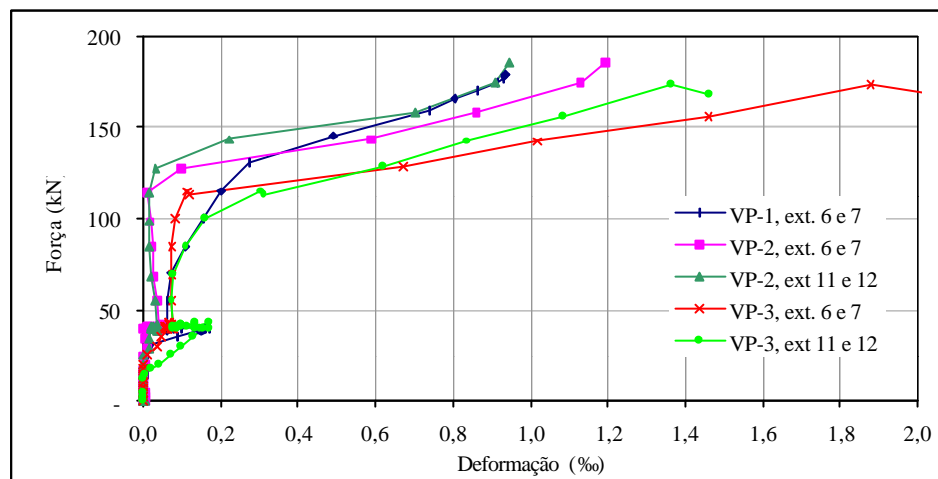


Figura 5.4 - Gráfico força x deformação nos estribos - comparação entre as vigas ensaiadas

Pode-se concluir, então, que a forma do cabo externo e a força de protensão aplicada têm influência significativa sobre a força de fissuração ao cisalhamento, que corresponde ao instante em que os estribos passam a ser mais solicitados e se deformam mais significativamente. Porém, é a taxa de armadura de cisalhamento que controla a velocidade de crescimento destas deformações, o que está em concordância com a analogia de treliça aplicada para o cálculo da resistência das vigas ao cisalhamento.

5.3. COMPARAÇÕES COM AS VIGAS ENSAIADAS POR REIS (1998)

REIS (1998) ensaiou sete vigas de concreto armado de seção original (antes do reforço) e armaduras longitudinais e transversais iguais às da VP-1. O

comportamento de seis dessas vigas, as das séries VA e VC, será comparado com o comportamento da viga VP-1 por meio de gráficos contendo os resultados de todos os ensaios simultaneamente.

As vigas da série VA foram reforçadas por meio da adição de barras de aço convencionais no banzo tracionado envolvidas por uma argamassa de alto desempenho que fazia a união destas barras com o concreto do substrato. Nas vigas VA-2 e VA-3, foi incorporado à argamassa 1% de fibras curtas de aço.

As vigas da série VC foram reforçadas por meio da adição de uma chapa de aço no bordo inferior. A fixação das chapas era feita por conectores metálicos e argamassa de alto desempenho. Na viga VC-1, o conector consistia apenas em barras de aço de diâmetro $\phi = 12\text{mm}$, com 12cm de comprimento e soldadas à chapa de 20 em 20 cm. Nas vigas VC-2 e VC-3, além dos conectores iguais aos da VC-1, foram utilizados ganchos soldados às chapas envolvendo os estribos e espaçados também de 20cm. Esses ganchos eram feitos com barras de aço de 8mm de diâmetro.

Ainda a respeito da geometria das vigas, vale destacar que as vigas da série VC tinham altura total menor, de forma que o centro de gravidade das chapas usadas no reforço ficasse à mesma altura do centro de gravidade das barras adicionais das vigas da série VA. Além disso, nas vigas da série 2, o comprimento da armadura de reforço foi reduzido, simulando a presença de um pilar que impedisse o prolongamento da armadura.

Na Figura 5.5, pode-se observar as principais características das seções transversais das vigas ensaiadas por REIS (1998).

As vigas foram concretadas em duas etapas: primeiro, a parte correspondente à viga original e, depois, a parte correspondente ao reforço. As vigas da série 2, após a concretagem, foram apicoadas para que se retirasse o concreto até a altura desejada para execução da junta. Na série 3, foram reforçadas as vigas da série 1. Ou seja, após o ensaio da série 1, foram retiradas a argamassa e as armaduras de reforço, e removido o concreto até a altura da junta, para que depois fosse executado o reforço. Em todos os casos, as superfícies de concreto foram escarificadas, limpas com ar comprimido e umedecidas antes da aplicação da argamassa de alto desempenho. Todas as vigas foram dimensionadas para atingir a ruína por deformação plástica excessiva da armadura longitudinal.

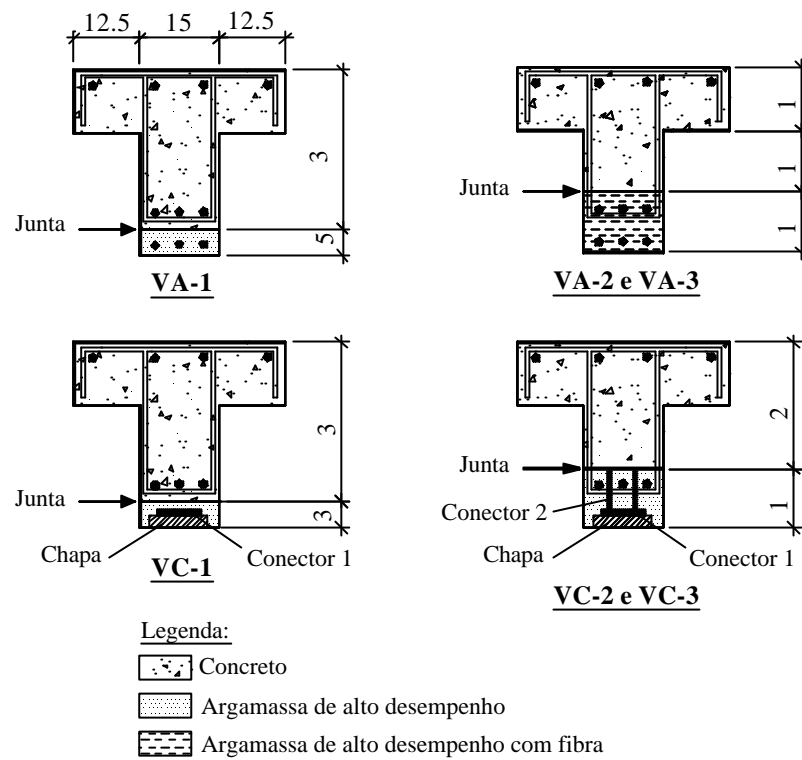


Figura 5.5 - Seções transversais das vigas ensaiadas por REIS (1998)

Na Tabela 5.1, estão mostradas as principais características das vigas nos dias dos ensaios. Foram incluídas também as características da viga VP-1 de forma a facilitar a comparação.

Tabela 5.1 - Características dos concretos e das argamassas nos dias dos ensaios

Viga	Substrato					Reforço				
	Idade (dias)	E_c (MPa)	E_{cs} (MPa)	f_{cj} (MPa)	f_{tj} (MPa)	Idade (dias)	E_c (MPa)	E_{cs} (MPa)	f_{cj} (MPa)	f_{tj} (MPa)
VA-1	12	26.834	20.457	34,03	2,75	8	27.837	19.473	46,02	3,87
VA-2	13	35.468	30.218	26,32	2,76	8	28.808	26.483	58,70	4,95
VA-3	175	36.454	32.719	46,04	3,46	7	30.215	28.335	60,23	4,87
VC-1	10	27.187	24.239	22,70	1,91	7	34.498	29.924	66,57	3,10
VC-2	10	27.273	24.440	28,94	2,86	7	28.239	25.934	52,85	3,47
VC-3	75	39.780	33.486	30,00	2,50	8	32.961	28.620	54,69	3,66
VP-1	9	32.381	29.036	27,5	2,20	-	-	-	-	-

Das seis vigas das séries VA e VC apenas 3, a VC-2, a VC-3 e a VA-3, atingiram a ruína por escoamento da armadura de flexão. As demais romperam

prematuramente. As vigas VA-1 e VC-1 sofreram perda de aderência entre o substrato e o reforço. A viga VA-2 apresentou deficiência de ancoragem da armadura principal. Antes de iniciar as comparações, vale a pena lembrar que a viga VP-1 foi reforçada sob carregamento, diferentemente das demais.

Observando-se o gráfico da Figura 5.6, pode-se notar que as vigas ensaiadas por REIS (1998) foram mais rígidas do que a viga VP-1, tanto antes como após a aplicação da protensão. Isso já era de se esperar devido à maior altura da seção transversal e à maior área da armadura longitudinal das vigas das séries VA e VC após a execução do reforço.

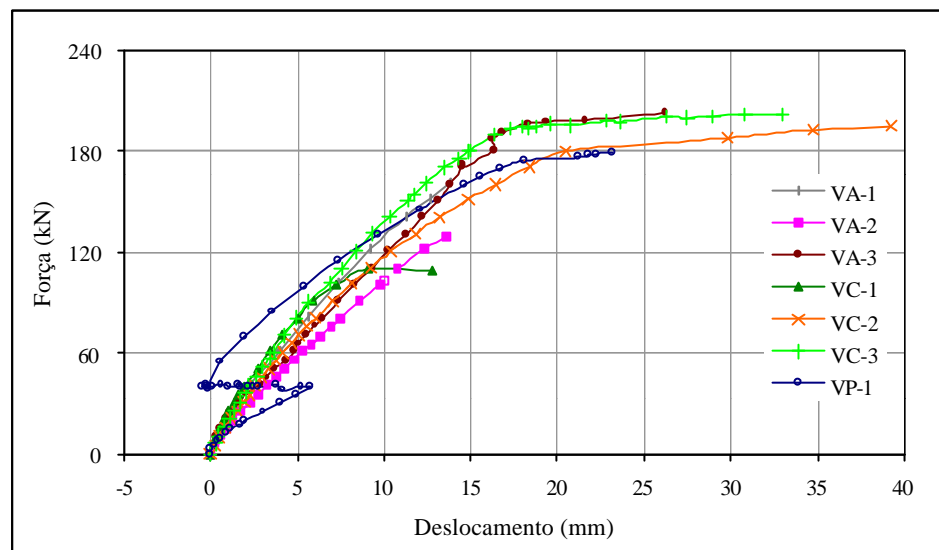


Figura 5.6 - Gráfico força x deslocamento vertical no meio do vão – comparação com REIS (1998)

Fica evidente o efeito favorável da protensão na recuperação da flecha da viga. Após o reforço e em serviço, com forças de até 120kN, a viga VP-1, que antes da aplicação da protensão apresentava flechas muito superiores às flechas apresentadas pelas demais vigas, passa a apresentar flechas sensivelmente menores. Ou seja, apesar da menor rigidez da VP-1, o sistema viga + reforço apresenta excelente desempenho. Porém, devido a essa menor rigidez, aumentando-se a força, estas flechas passam a ser sucessivamente maiores do que aquelas apresentadas pelas vigas VC-3, VA-1 e VA-3, e até do que a VC-2, já mais próximo à ruína.

Vale comentar aqui algumas observações feitas por REIS (1998) que auxiliam na análise comparativa. Era esperado que as vigas da série 3 apresentassem menor

rigidez, já que estavam previamente fissuradas. No entanto, alguns fatores podem justificar a maior rigidez destas vigas:

- O concreto dessas vigas apresentava resistência e módulo de elasticidade sensivelmente superiores ao concreto das demais;
- A execução do reforço com a viga invertida pode ter permitido a colmatação das fissuras pela nata de cimento;
- Não foram consideradas quaisquer flechas residuais provenientes do primeiro ensaio.

Obviamente, se fosse simulada uma situação real, executando-se o reforço com a viga na posição normal e sob certo carregamento, elas apresentariam maiores flechas. Isto, no entanto, não inviabiliza a comparação realizada.

Em relação às deformações no concreto e na armadura tracionada (Figura 5.7 e Figura 5.8, respectivamente), também é possível notar o efeito positivo da protensão. Após aplicada a protensão externa e até uma força de aproximadamente 90kN, essas deformações foram menores do que aquelas apresentadas pelas vigas ensaiadas por REIS (1998).

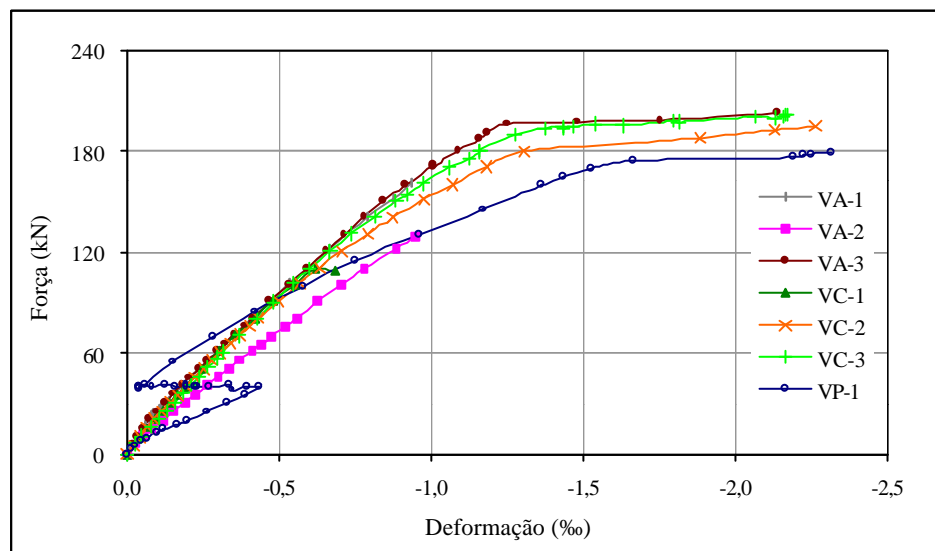


Figura 5.7 - Gráfico força x deformação no concreto - comparação com REIS (1998)

Observando-se o gráfico da Figura 5.9, é possível notar a contribuição da protensão externa sobre a deformação nos estribos. Após aplicada a protensão, os estribos só passam a ser mais intensamente solicitados com uma força aproximadamente duas vezes superior à média das forças em que os estribos das

demais vigas começam a ser solicitadas. Até a ruína, a deformação nos estribos da viga VP-1 são sensivelmente inferiores às deformações dos estribos das vigas das séries VA e VC. É possível perceber, neste caso, o efeito da protensão como reforço ao esforço cortante de modo bastante significativo. Pode-se inferir que, em situações onde além da resistência à flexão haja algum problema também com relação à resistência ao esforço cortante, a protensão, desde que bem projetada, pode representar uma solução para os dois problemas simultaneamente.

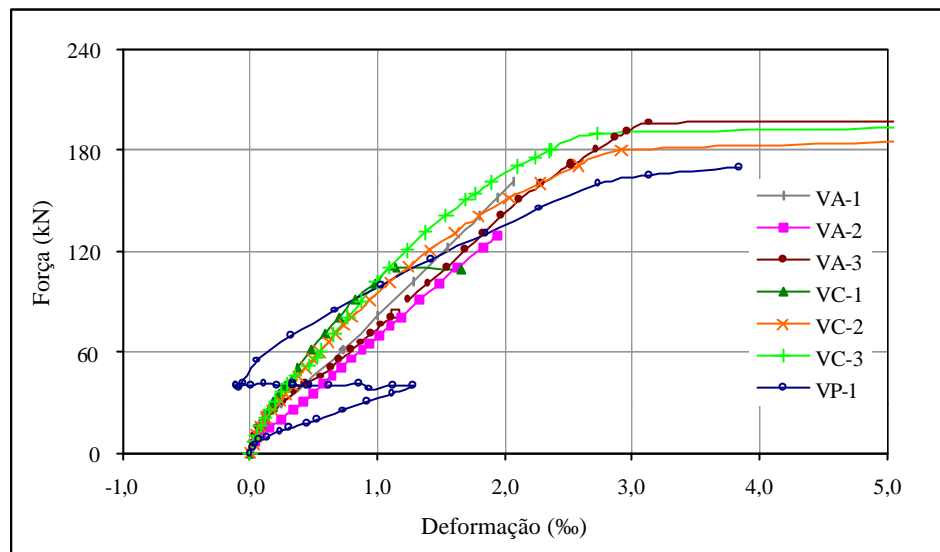


Figura 5.8 - Gráfico força x deformação na armadura tracionada - comparação com REIS (1998)

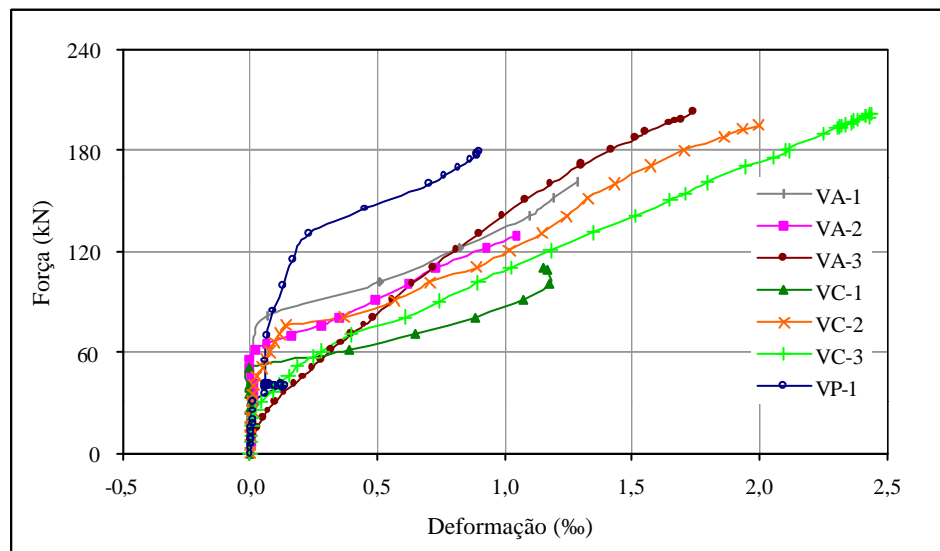


Figura 5.9 – Gráfico força x deformação nos estribos – comparação com REIS (1998)

5.4. COMPARAÇÕES COM AS PREVISÕES TEÓRICAS

Neste item, são comparados os resultados dos ensaios com previsões teóricas feitas para o modo de ruína, para a força de ruína, para a força no cabo de protensão na ruína e para o comportamento das vigas durante os ensaios. As previsões foram feitas com base na teoria exposta no *Capítulo 3* desta dissertação. Algumas informações mais detalhadas podem ser encontradas no Apêndice II, que mostra as equações utilizadas para a previsão do comportamento das vigas, e no Apêndice III, que apresenta, como exemplo de cálculo, as determinações teóricas feitas para o Estado Limite Último da viga VP-1.

5.4.1. Modo de ruína

Foi visto no *Capítulo 3*, um processo apresentado por TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) para prever a forma de ruína de vigas submetidas à protensão externa. As equações deduzidas naquele capítulo foram aplicadas às vigas ensaiadas, visando prever teoricamente o modo de ruína para cada uma delas.

NAAMAN & ALKHAIRI (1991) sugerem que a tensão no cabo externo fique limitada a 94% da tensão de escoamento do aço da armadura de protensão. Este limite foi incorporado à equação (3.41) para que se mantivesse a coerência com a previsão da força nos cabos externos na ruína, feita no item 5.4.2.

Os gráficos traçados estão apresentados na Figura 5.10. Para melhor entendê-los, deve-se observar a seguinte legenda:

- Eq. 1 – Esmagamento da biela comprimida;
- Eq. 2 – Escoamento do estribo;
- Eq. 3 – Escoamento da armadura longitudinal interna;
- Eq. 4 – Escoamento do cabo externo.

O caminho de carga, designado no gráfico por “Caminho”, foi traçado com as equações propostas em NAAMAN (1990) para a previsão do comportamento das vigas nas fases elásticas lineares antes e após a fissuração, e com as equações propostas em NAAMAN & ALKHAIRI (1991) para o Estado Limite Último.

Da observação dos gráficos, pode-se notar que, dentro do valor máximo utilizado no eixo vertical, a curva representativa do esmagamento da biela

comprimida (Eq. 1) não aparece. Isto porque os valores limites definidos por esta equação foram muito altos. A visualização deles no gráfico prejudicaria a definição na visualização dos outros limites.

Nas vigas VP-2 e VP-3, que tinham menores taxas de armadura de cisalhamento em comparação com a VP-1, o limite representado pela Eq. 2 (escoamento do estribo), ficou muito mais próximo do caminho de carga. Na viga VP-3, cuja forma do cabo levava a forças verticais devidas à protensão menores, esta aproximação foi ainda maior. Das três vigas ensaiadas, a VP-3 é a que estaria mais próxima de uma ruína por escoamento do estribo, caso não houvesse antes o escoamento da armadura interna.

Em todos os casos, a metodologia proposta por TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) prevê a ruína com escoamento da armadura longitudinal interna e dos cabos externos. Isto pode ser observado pela proximidade que o caminho de carga e a reta representativa da Eq. 3 apresentam próximo à ruína e pelo limite final do caminho de carga, justamente na reta representativa da Eq. 4. Esperava-se que o escoamento da armadura interna fosse representado com as curvas do caminho de carga cortando as curvas da Eq. 3. Analisando a inequação (3.44), no entanto, observa-se que as curvas podem ser ajustadas apenas alterando-se o valor do termo c_o (altura do banzo comprimido) que foi arbitrado como $0,1d$. Aumentando-se este valor, diminui-se em módulo o termo independente da equação, e a curva se desloca paralelamente para baixo. Acredita-se, portanto, que a indicação que se obteve do escoamento da armadura interna foi satisfatória.

Apesar das vigas do ensaio terem atingido a ruína prematuramente, com a ruptura dos cabos de protensão, as indicações do modo de ruína segundo TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) foram próximas do que se obteve nos ensaios. Ou seja, se previu que as vigas não romperiam por esmagamento da biela nem por escoamento dos estribos, que o escoamento da armadura longitudinal interna seria atingido e que o cabo externo estaria trabalhando sobre altas tensões. Provavelmente, não fosse a falha localizada, se teria observado o escoamento dos cabos externos.

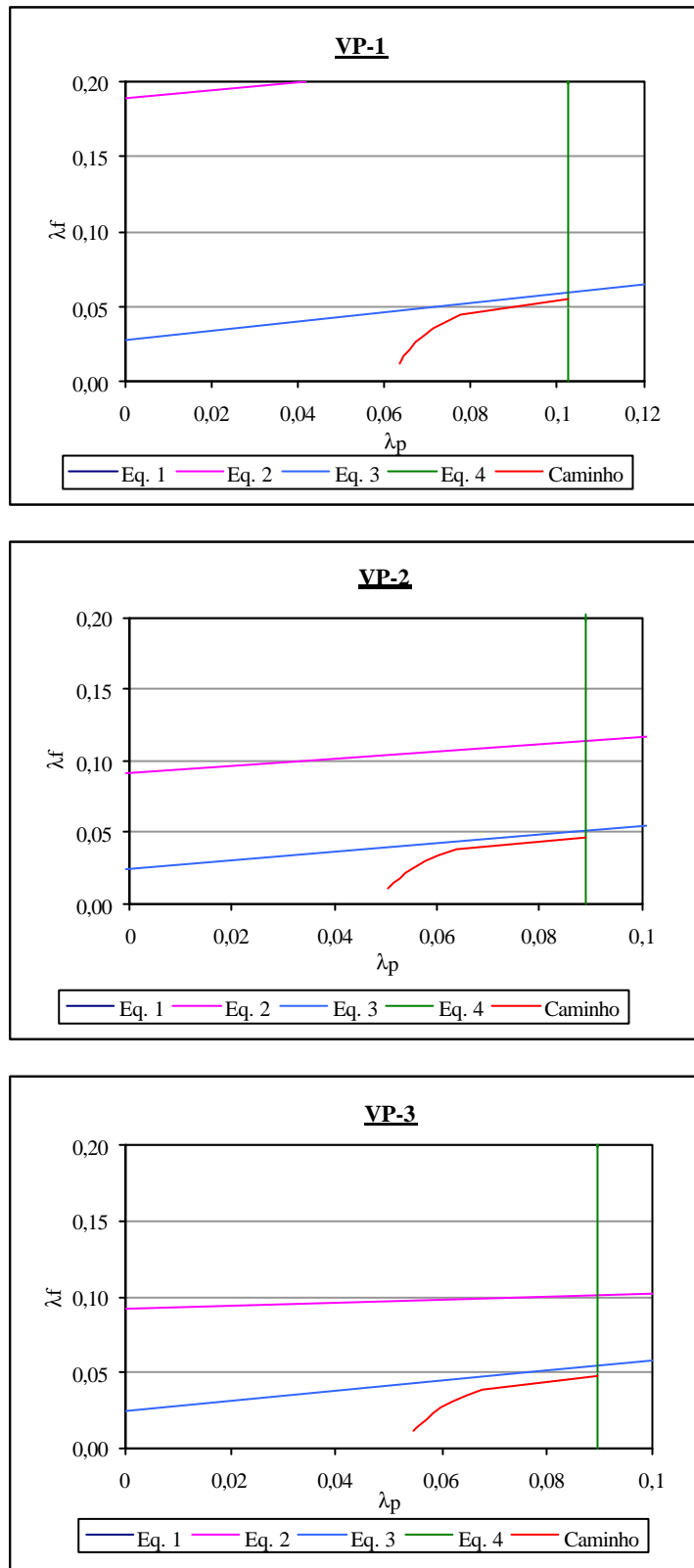


Figura 5.10 – Gráficos do domínio de segurança e do caminho de carga

5.4.2. Forças de ruína e forças nos cabos de protensão na ruína

Para a previsão da força de ruína e da força nos cabos de protensão no Estado Limite Último, foram utilizadas as equações propostas nas normas americana (ACI 318, 1999) e britânica (BS 8110, 1985), as equações propostas por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e por HARAJLI (1999) e o Método das Forças Radiais Equivalentes. Os valores utilizados para as tensões de escoamento e módulo de elasticidade dos aços e para a resistência e módulo de elasticidade do concreto foram aqueles obtidos nos ensaios de caracterização dos materiais. O valor da força inicial no cabo de protensão foi aquele medido pela célula de carga no ensaio.

Antes de iniciar a análise, vale a pena lembrar que as vigas atingiram a ruína prematuramente, com a ruptura das cordoalhas. Caso isso não tivesse ocorrido e se chegasse até o esmagamento do concreto, a força de ruína seria superior. Porém, acredita-se que esta diferença não seria muito significativa, já que as armaduras tracionadas já haviam entrado em escoamento.

Na Tabela 5.2, estão apresentadas as forças de ruína calculadas por cada um dos métodos e as forças de ruína atingidas nos ensaios. Na Tabela 5.3, estão mostradas as relações entre estes valores de forma que possam ser melhor comparados.

Tabela 5.2 - Valores teóricos e experimentais da força de ruína

Viga	F_{real} (kN)	Forças teóricas de ruína (kN)				
		ACI 318	BS 8110	Forças Eq.	Naaman	Harajli
VP-1	180	156,6	175,8	123,7	181,8	187,6
VP-2	190	154,4	164,7	119,4	179,1	183,7
VP-3	185	157,7	170,1	123,5	178,9	180,7

Tabela 5.3 - Relações entre forças de ruína reais e teóricas

Viga	Forças reais / Forças teóricas de ruína				
	ACI 318	BS 8110	Forças Eq.	Naaman	Harajli
VP-1	1,15	1,02	1,46	0,99	0,96
VP-2	1,23	1,15	1,59	1,06	1,03
VP-3	1,17	1,09	1,50	1,03	1,02

Pode-se notar que os valores previstos para a força de ruína pelo Método das Forças Radiais Equivalentes foram em média 52% inferiores aos valores obtidos nos ensaios, indicando que este método não é adequado para a previsão da ruína das vigas. Isto já era esperado, já que o Método das Forças Radiais Equivalentes é um método simplificado e não leva em conta o acréscimo de tensão nos cabos de protensão quando a viga é carregada. Considerando-se a variação da força de protensão medida no ensaio para a previsão da força de ruína, os valores obtidos ficariam em média 28% inferiores aos obtidos no ensaio.

Todos os valores previstos pelas normas se mostraram a favor da segurança, ou seja, estiveram abaixo dos valores reais. Vale ressaltar, no entanto, que a norma britânica já embute no seu equacionamento o coeficiente de redução da resistência do concreto ($\gamma_c = 1,5$), e no caso da VP-1 seu valor foi apenas 2% inferior ao valor do ensaio. As previsões do ACI 318 (1999) ficaram em média 18% inferiores aos valores obtidos nos ensaios e as previsões da BS 8110 (1985) ficaram em média apenas 9% inferiores aos valores obtidos nos ensaios.

Com as metodologias propostas por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e por HARAJLI (1999), chegou-se a valores muito próximos dos experimentais. Os valores encontrados com a metodologia proposta por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) foram inferiores aos valores dos ensaios, com exceção da viga VP-1. Neste caso, a força calculada ficou 1% acima da força última experimental. Vale ressaltar que, para determinação dos valores segundo esta metodologia, foi utilizado o coeficiente de 5,4 para o cálculo do Ω_u , como dado na equação (3.17). Ou seja, não foi considerada a redução no valor de Ω_u proposta pelos autores para inclusão da metodologia em normas de cálculo. Os valores diferiram no máximo 6% dos valores encontrados experimentalmente.

Com a metodologia proposta por HARAJLI (1999), foram obtidos valores muito próximos aos valores encontrados experimentalmente para todas as vigas. Para a viga VP-1, o valor calculado ficou acima do valor experimental, enquanto que, para as vigas VP-2 e VP-3, os valores calculados ficaram abaixo dos valores experimentais. A diferença máxima foi de 4%, para a viga VP-1.

Na Tabela 5.4, estão apresentadas as forças nos cabos de protensão no Estado Limite Último calculadas por cada um dos métodos e as forças nos cabos atingidas

nos ensaios. Na Tabela 5.5, estão mostradas as relações entre estes valores. Os valores experimentais (P_{real}) estão representados pelas médias das forças nos dois cabos.

Tabela 5.4 – Valores teóricos e experimentais das forças nos cabos na ruína

Viga	P_{real} (kN)	Forças teóricas nos cabos na ruína (kN)				
		ACI 318	BS 8110	Forças Eq. ¹	Naaman ²	Harajli ³
VP-1	143,5	124,7	159,1	98,5	168,8	179,6
VP-2	147,5	124,0	154,9	96,0	168,8	179,6
VP-3	140,0	130,2	161,2	102,5	168,8	179,6

¹ Força nos cabos de protensão após a ancoragem.

² Tensão no cabo limitada a 0,94 da tensão de escoamento.

³ Tensão no cabo limitada a da tensão de escoamento.

Tabela 5.5 - Relações entre forças nos cabos reais e teóricas na ruína

Viga	Forças reais nos cabos / Forças teóricas nos cabos				
	ACI 318	BS 8110	Forças Eq.	Naaman	Harajli
VP-1	1,15	0,90	1,46	0,85	0,80
VP-2	1,19	0,95	1,54	0,87	0,82
VP-3	1,08	0,87	1,36	0,83	0,78

Assim como no caso das forças de ruína, o Método das Forças Radiais Equivalentes foi o que apresentou a pior correlação com os valores experimentais. Os valores calculados pelo método foram em média 45% inferiores aos valores experimentais. Neste caso, como prevê o método, não foi considerado nenhum acréscimo de tensão nos cabos.

Comparando-se os resultados experimentais com os valores obtidos pelas equações da BS 8110 (1985) constata-se, de certa forma, uma incoerência. A norma britânica, que se mostrou a favor da segurança para o cálculo da força última, apresenta valores para a força no cabo maiores do que os encontrados experimentalmente. A diferença média ficou em 9%. Já a norma americana, se manteve a favor da segurança, com valores calculados em média 14% inferiores aos valores obtidos nos ensaios.

As forças nos cabos previstas pelo equacionamento proposto por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) ficaram limitadas a 94% da tensão de escoamento do aço da

armadura de protensão. Porém, como os cabos romperam com uma tensão mais baixa, os valores obtidos com esta metodologia superestimaram a força final nos cabos, em média 15%.

Os valores encontrados pela metodologia proposta por HARAJLI (1999) ficaram limitados à tensão de escoamento do aço da armadura protendida e também superestimaram a tensão nos cabos. Apesar das forças de ruína previstas por esta metodologia terem ficado bastante próximas das reais, os valores previstos para a força no cabo estiveram em média 20% superiores aos reais.

Pôde-se observar também no caso das metodologias propostas por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e por HARAJLI (1999), uma certa incoerência entre a previsão da força no cabo e a previsão da força de ruína. Ou seja, apesar das previsões da força no cabo terem ficado muito superiores às forças reais, as forças de ruína calculadas ficaram muito próximas das reais.

O motivo para força no cabo ter ficado tão abaixo da maioria das previsões teóricas pode estar numa possível falha na leitura desta força, já que as células de carga tinham capacidade para medir forças de até 150kN e se chegou muito próximo deste valor. Além disso, a força só foi medida em um lado do cabo. Pode ser que a variação da tensão ao longo do cabo tenha sido significativa, e a força lida na extremidade tenha sido menor do que a força no meio do vão. A perda calculada teoricamente em um desviador não chega a 2% da força. Porém, o esmagamento das cordoalhas nos desviadores pode ter aumentado significativamente o atrito, fazendo com que a deformação dos fios no meio do vão, que é maior, não fosse uniformemente distribuída ao longo de todo o cabo.

5.4.3. Comportamento das vigas no decorrer dos ensaios

Para se fazer a comparação do comportamento das vigas no decorrer dos ensaios, foram traçados gráficos contendo, simultaneamente, os resultados experimentais e as previsões teóricas. No Apêndice II podem ser encontradas as equações utilizadas para prever o comportamento das vigas durante os ensaios.

Como já foi descrito no *Capítulo 4*, os ensaios eram compostos de três etapas. Na terceira etapa, após aplicada a protensão, foram utilizados dois métodos para prever a flecha e as deformações no concreto e na armadura longitudinal: o Método

do Coeficiente de Redução das Deformações, proposto por NAAMAN (1990) e o Método das Forças Radiais Equivalentes. Na segunda etapa, durante a aplicação da protensão, foi utilizado apenas o Método das Forças Radiais Equivalentes.

Dos gráficos da Figura 5.11, pode-se observar que as flechas previstas teoricamente para as duas primeiras etapas do ensaio foram praticamente iguais ao que se obteve experimentalmente. Com isso, chega-se à conclusão de que o Método das Forças Radiais Equivalentes se mostrou eficiente para prever a recuperação da flecha das vigas. No entanto, após retomado o carregamento, o método só se mostra adequado até o primeiro incremento de carga. Depois disso, não se consegue representar adequadamente a rigidez da viga. Ou seja, ultrapassado o momento de reabertura de fissuras teórico, a rigidez calculada cai muito bruscamente, diferentemente do que acontece na prática.

O Método dos Coeficientes de Redução das Deformações se mostrou bastante eficiente para prever os deslocamentos transversais até uma força de aproximadamente 120kN. A proposta do método é prever o comportamento até a fase linear após a fissuração. Pode-se admitir que esta fase se estenda no máximo até que o concreto atinja uma tensão correspondente a 50% da sua resistência. Para as vigas ensaiadas, isto equivale a forças entre 80 e 100kN. Portanto, o método se mostrou eficiente numa faixa de carregamento ainda maior do que a que ele se propõe.

As deformações no concreto (Figura 5.12) e as deformações na armadura interna tracionada (Figura 5.13) calculadas para as duas primeiras etapas do ensaio ficaram bem próximas dos valores experimentais. Mais uma vez, foi possível prever a recuperação das deformações na armadura tracionada e no concreto utilizando-se o Método das Forças Radiais Equivalentes. A partir do segundo passo de carga da terceira etapa do ensaio, o método passa a apresentar valores de deformações superiores aos dos ensaios, principalmente para as deformações na armadura.

O Método dos Coeficientes de Redução das Deformações não apresentou resultados tão bons para as deformações como apresentou para as flechas. No caso da VP-1, as deformações no concreto calculadas pelo método foram inferiores às obtidas no ensaio, mas bastante próximas. Para as vigas VP-2 e VP-3, os valores calculados foram maiores do que os experimentais, ficando próximos a estes até uma

força de aproximadamente 85kN na viga VP-2 e de aproximadamente 115kN na viga VP-3. Já as deformações na armadura tracionada calculadas pelo método foram sempre inferiores aos valores experimentais até forças de no mínimo 115kN. É possível que esta diferença se deva à determinação da posição da linha neutra, cuja influência no cálculo da deformação na armadura tracionada é bastante significativa.

Para prever as deformações nos estribos na segunda e na terceira etapas do ensaio, admitiu-se estar trabalhando com uma viga flexo-comprimida, submetida às forças externas aplicadas e às forças provenientes do cabo externo determinadas de acordo com o Método das Forças Radiais Equivalentes. Foram aplicadas as equações da NBR 6118 (2000) e do ACI 318 (1999). Os gráficos traçados podem ser vistos na Figura 5.14.

De uma maneira geral, as equações da NBR 6118 (2000) levaram a uma estimativa satisfatória da força de fissuração ao cisalhamento, que corresponde à força na qual os estribos passam a absorver a maior parte do esforço cortante e a se deformar mais significativamente. Já as equações do ACI 318 (1999) levaram a resultados muito inferiores aos encontrados nos ensaios para a força de fissuração ao cisalhamento. A inclinação das curvas experimentais no seu trecho aproximadamente linear após a fissuração foi bastante parecida com as inclinações das curvas teóricas, com exceção da viga VP-3, na qual as inclinações das curvas reais foram sensivelmente superiores às inclinações das curvas teóricas. Isto indica que a analogia de treliça consegue representar bem o fenômeno, desde que a parcela resistida pelo concreto seja adequadamente estimada. Vale ressaltar que durante a primeira etapa do ensaio os estribos das vigas sofreram alguma deformação que não foi prevista teoricamente.

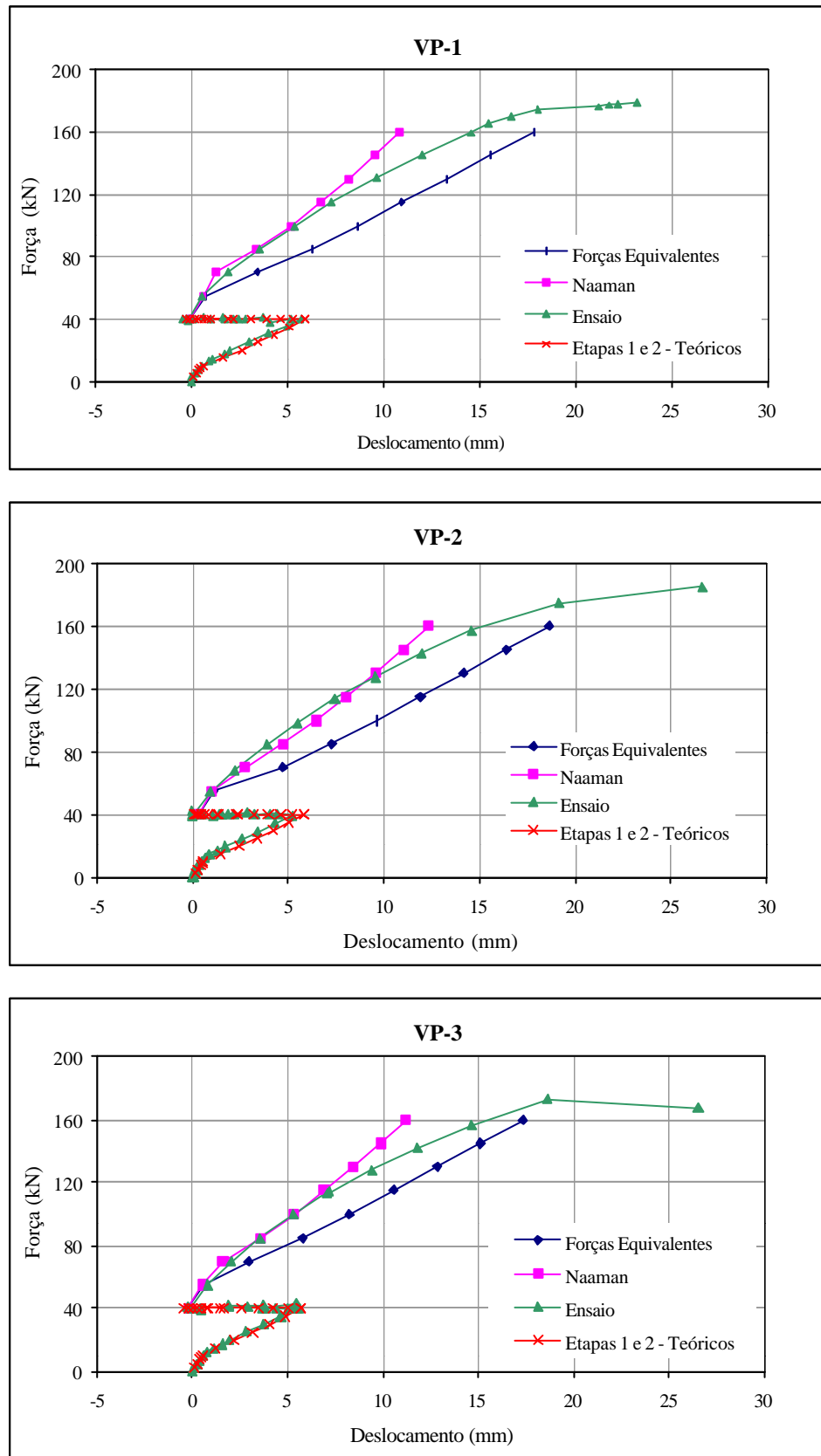


Figura 5.11 - Gráficos força x deslocamento vertical no meio do vão - comparação com previsões teóricas

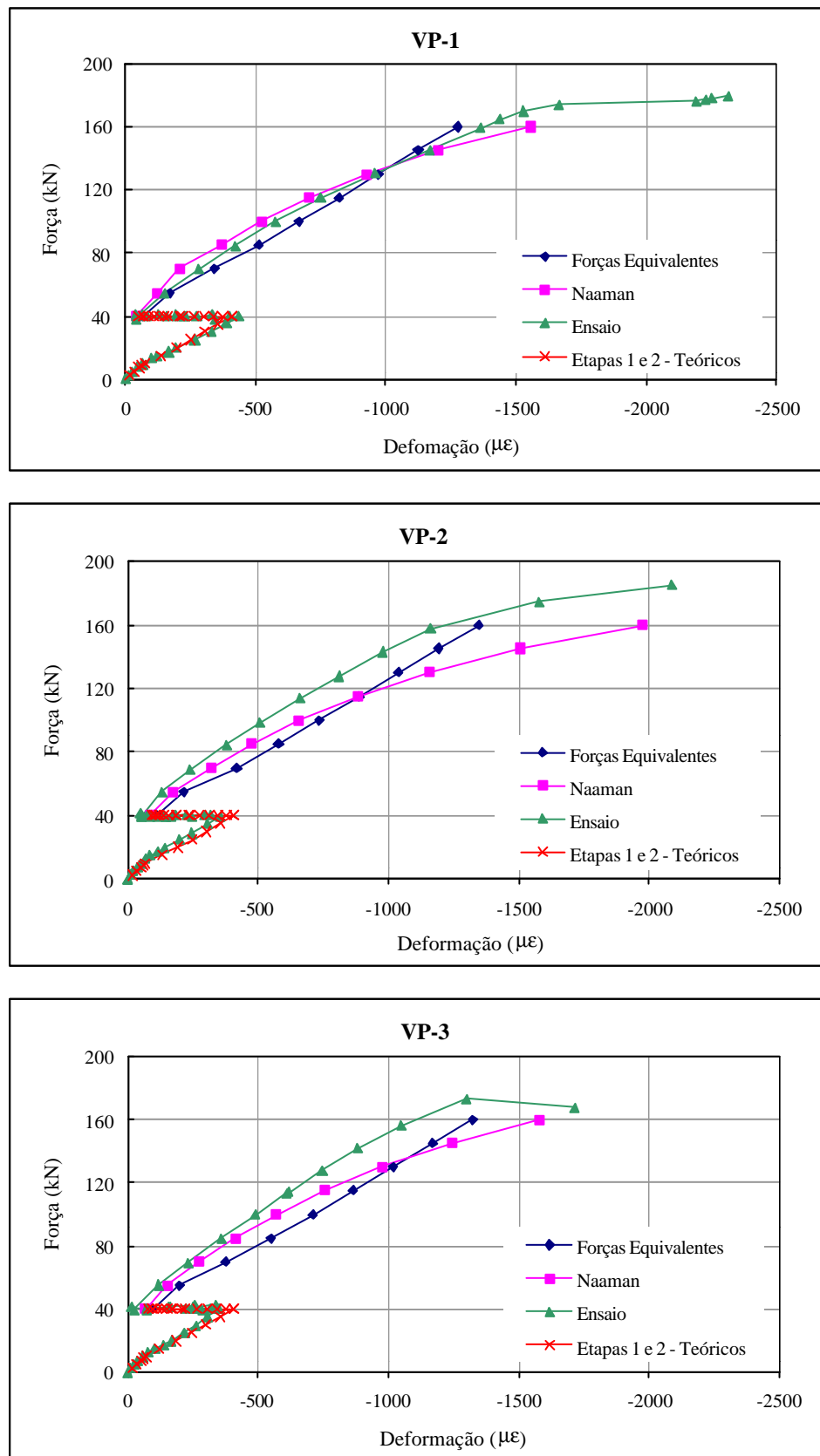


Figura 5.12 - Gráficos força x deformação no concreto - comparação com previsões teóricas

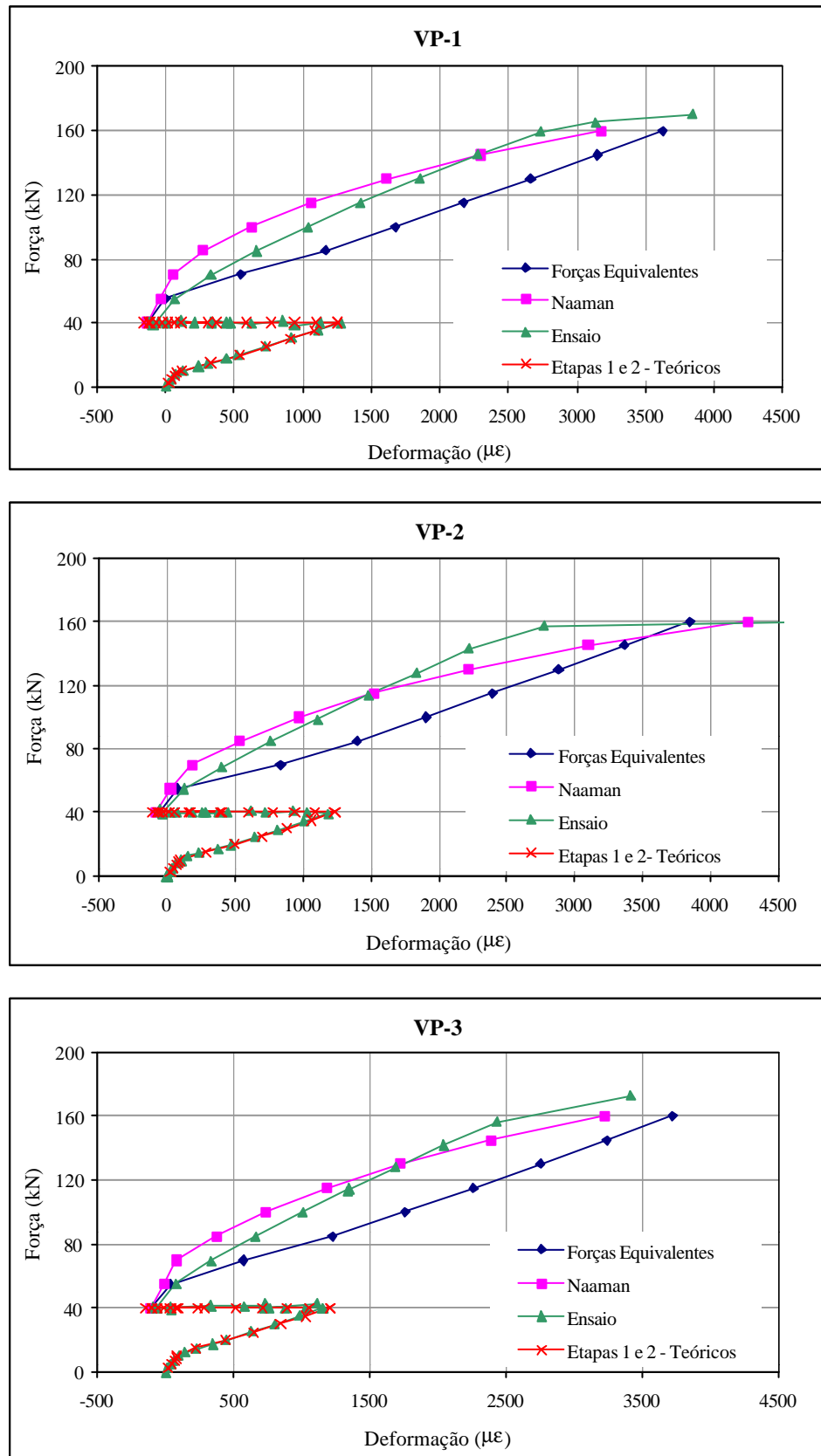


Figura 5.13 - Gráficos força x deformação na armadura tracionada - comparação com previsões teóricas

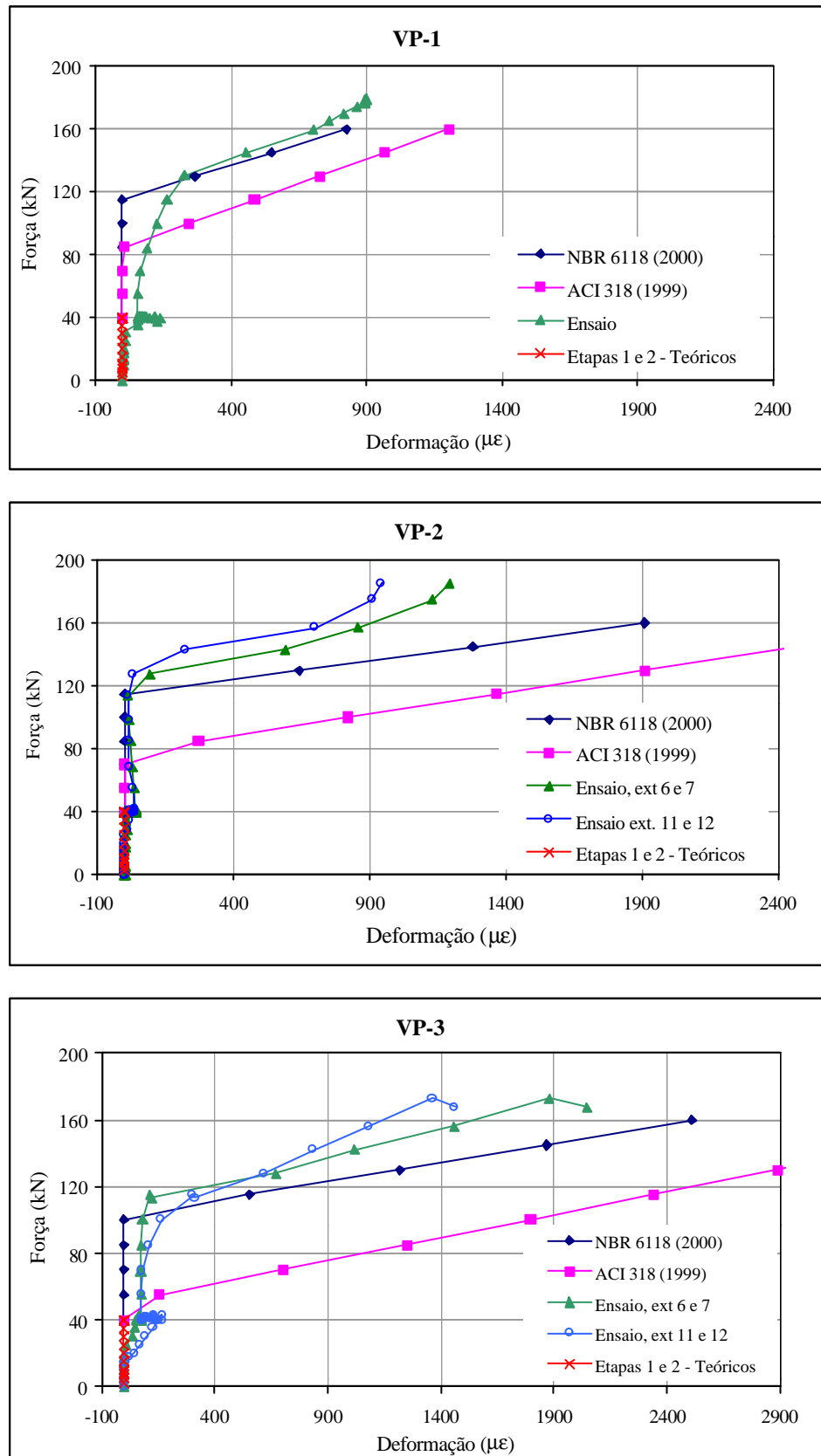


Figura 5.14 - Gráficos força x deformação nos estribos - comparação com previsões teóricas

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1. CONCLUSÕES

Diante de tudo o que foi estudado e apresentado neste texto, pode-se dizer que a protensão externa é uma das técnicas possíveis de serem aplicadas ao reforço das vigas de concreto armado, apresentando características peculiares que a diferencia das demais técnicas. Do trabalho realizado, pôde-se chegar às conclusões que estão expostas a seguir.

- O estudo das obras de reforço de vigas e lajes por meio da protensão externa comprovou que esta técnica pode ser executada com o mínimo de interrupção do uso da construção, quer sejam obras-de-arte, como as pontes, ou edifícios.
- Dos resultados dos ensaios realizados por outros pesquisadores e do estudo das obras de reforço realizadas, pôde-se perceber que a utilização de um desviador ao longo do vão se torna mais vantajosa do que a utilização de dois desviadores, já que o momento resistente não é significativamente alterado e o custo da utilização de um desviador é inferior.
- Ainda a partir da revisão bibliográfica realizada, foi possível confirmar a diversidade de causas que levam à possibilidade de reforço por meio da protensão externa, como: mudança na utilização da edificação, corrosão das armaduras, fechamento de fissuras e redução de flechas.

- Os ensaios realizados mostraram que a protensão de cabos externos aplicada em vigas sob carregamento pode conduzir a recuperações totais do deslocamento transversal, fazendo com que a seção transversal no meio do vão fique inteiramente comprimida. Fissuras de flexão existentes antes da execução do reforço podem se fechar completamente com a protensão dos cabos .
- A ruptura prematura de fios das cordoalhas devido à concentração de tensões na região do desviador, mostrou que as inclinações dos cabos devem ser limitadas e as mudanças de direção feitas de forma gradual. Neste trabalho, mesmo usando uma inclinação de $5,8^\circ$ para os cabos e um raio de 30cm para o desviador ocorreu a ruptura prematura das cordoalhas. É possível que o comprimento do trecho de contato entre o cabo e o desviador tenha sido pequeno. Caso não se possa evitar o uso de inclinações acentuadas para os cabos ou de raios e larguras pequenos para os desviadores, deve-se limitar a tensão nos cabos em um valor inferior ao da tensão de escoamento. É interessante também utilizar desviadores que formem um “berço” para a passagem do cabo, ou seja, que sejam côncavos na direção transversal ao cabo. Isto pode ser feito com tubos metálicos, como mostrado nos desviadores apresentados no *Capítulo 2*. Vale ressaltar que, nos ensaios realizados, a ruptura das cordoalhas só ocorreu após o escoamento da armadura interna, estando a viga intensamente fissurada e apresentando flechas altas, de aproximadamente $2,5\text{cm}$ ($f/\ell \cong 1/120$).
- Da análise dos resultados dos ensaios, foi possível notar que, como era de se esperar, a variação da taxa de armadura transversal não trouxe alterações significativas para a rigidez à flexão das vigas.
- A variação da forma do cabo externo, ancorado na mesa das vigas VP-1 e VP-2 e na alma da viga VP-3, também não alterou significativamente a rigidez das vigas. Em todos os casos, a altura útil do cabo no meio do vão foi aproximadamente igual, indicando que talvez seja esta característica da forma do cabo que mais influencie na rigidez das vigas.

- Comparando-se os resultados das três vigas ensaiadas, pôde-se perceber que a forma do cabo externo tem influência significativa na resistência ao cisalhamento. A força de fissuração ao cisalhamento é sensivelmente afetada pela mudança na geometria do cabo. Nos casos ensaiados, um maior ângulo de desvio do cabo conduziu a uma maior resistência ao aparecimento das fissuras de cisalhamento.
- Da comparação dos resultados da viga VP-1, reforçada por meio da protensão externa, com os resultados das vigas ensaiadas por REIS (1998), reforçadas por meio da adição de barras ou de chapas de aço no bordo inferior, pôde-se notar que estas últimas apresentaram maior rigidez. Conclui-se que o aumento da seção transversal influencia mais significativamente no aumento da rigidez à flexão das vigas do que a adição dos cabos protendidos.
- Para um carregamento correspondente à faixa de trabalho das vigas, o reforço por meio da protensão de cabos externos conduziu a menores flechas e a menores deformações na armadura longitudinal e no concreto quando comparado ao reforço por meio da adição de barras ou chapas de aço. Por outro lado, além da faixa de serviço, as flechas e as deformações apresentadas pelas vigas ensaiadas por REIS (1998) foram menores do que as flechas da viga VP-1.
- Ainda da comparação entre as técnicas de reforço, pode-se afirmar que a protensão exerce influência significativa no aumento da resistência ao esforço cortante. A força de fissuração ao cisalhamento da viga reforçada por meio da protensão foi sensivelmente superior à força de fissuração ao cisalhamento das vigas reforçadas com adição de armadura no bordo tracionado. A deformação nos estribos da viga VP-1 até a ruína foram muito inferiores às deformações dos estribos das demais vigas. Isto comprova que a protensão externa pode ser utilizada para o reforço ao momento fletor e ao esforço cortante simultaneamente.
- As equações deduzidas a partir da metodologia proposta em TAN & NAAMAN (1993a e 1993b) conduziram a uma boa previsão do modo de ruína das vigas ensaiadas. A princípio, o escoamento da armadura longitudinal

interna não ficou perfeitamente representado. Porém, isso pode ser corrigido com um ajuste na determinação da altura da biela de compressão no banzo superior, o que altera o termo independente da equação representativa do fenômeno.

- O Método das Forças Radiais Equivalentes não se mostrou adequado para prever a força de ruína das vigas, apresentando valores muito inferiores aos obtidos nos ensaios. Por outro lado, com o método é possível prever com precisão a recuperação da flecha e das deformações na armadura e no concreto na medida em que se aplica a protensão. O comportamento das vigas após o reaparecimento das fissuras de flexão não fica bem representado pelo Método das Forças Radiais Equivalentes. É possível que um ajuste no cálculo da linha neutra e a consideração de um aumento da força no cabo de protensão calculado a partir da variação do comprimento do cabo na medida em que a viga se deforma, conduza a resultados mais próximos dos reais.
- O Método do Coeficiente de Redução das Deformações proposto em NAAMAN (1990) e NAAMAN & ALKHAIRI (1991) se mostrou adequado tanto para a previsão da força de ruína como para a previsão do comportamento das vigas nas fases elásticas lineares antes e após a fissuração.
- O método de cálculo proposto por HARAJLI (1999) também se mostrou eficiente na determinação da força de ruína das vigas ensaiadas.
- Os métodos propostos por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e HARAJLI (1999) superestimaram a tensão no cabo externo na ruína. Acredita-se, no entanto, na possibilidade da leitura efetuada no ensaio não corresponder à verdadeira força atuante na seção no meio do vão.
- Os procedimentos de cálculo prescritos nas normas americana (ACI 318, 1999) e britânica (BS 8110, 1985) conduziram a valores a favor da segurança para o cálculo da força de ruína. Dos dois, foi o procedimento proposto na norma americana que conduziu a valores mais distantes dos reais, sendo que a média desta diferença ficou em 18%.

- A previsão da força no cabo de protensão feita segundo o ACI 318 (1999) ficou a favor da segurança, enquanto a previsão feita segundo a BS 8110 (1985) ficou contra a segurança. No entanto, como já foi comentado anteriormente, admite-se a possibilidade de uma falha na leitura das forças nos cabos durante o ensaio.
- O Método das Forças Radiais Equivalentes associado ao procedimento de cálculo proposto na NBR 6118 (2000) se mostrou eficiente para a previsão da força de fissuração ao cisalhamento. A inclinação do trecho aproximadamente linear da curva força x deformação nos estribos após a fissuração mostrou que a analogia de treliça é aplicável no caso de vigas de concreto armado reforçadas por meio da protensão externa.
- A associação do Método das Forças Radiais Equivalentes às equações propostas no ACI 318 (1999) para o cálculo da resistência ao esforço cortante não conduziu a uma boa previsão da força de fissuração ao cisalhamento. Já as inclinações do trecho linear das curvas após a fissuração foram semelhantes às encontradas experimentalmente.

Observando-se as conclusões a que se chegou e todo o trabalho desenvolvido, pode-se dizer que os objetivos traçados foram atingidos. O texto apresentado contém um estado-da-arte sobre o reforço de vigas de concreto armado por meio da protensão externa, mostrando situações diversas em que este tipo de solução pode ser adotada. Foram apresentados alguns detalhes típicos de desviadores e formas para o cabo externo usados na prática. Os métodos de dimensionamento foram estudados e utilizados para prever o comportamento das vigas ensaiadas. Os resultados dos ensaios foram comparados e analisados, podendo-se extrair algumas informações úteis quanto ao dimensionamento e a alguns detalhes construtivos relativos ao reforço de vigas por meio da protensão de cabos externos.

6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Obviamente, o trabalho aqui apresentado não abrangeu a totalidade do estudo da protensão externa aplicada ao reforço de vigas de concreto armado. Trata-se, na

verdade, de um trabalho introdutório, havendo ainda muitos aspectos a serem analisados teórica e experimentalmente. Algumas sugestões são apresentadas:

- Aprofundar-se no estudo dos detalhes construtivos como limitações para as inclinações dos cabos, formas e dimensões apropriadas para desviadores e detalhes para as ancoragens, definindo parâmetros que norteiem o projeto do reforço. Acredita-se que uma análise teórica e experimental destes temas possa trazer informações úteis para o meio técnico.
- Estudar as perdas de protensão nas vigas reforçadas por meio da protensão externa, levando-se em consideração o fato de se estar lidando com cabos não aderentes e que a protensão é aplicada em vigas sob carregamento, fissuradas, já tendo sofrido retração e fluência ao longo do tempo.
- Levantar e estudar formas de proteção dos cabos externos contra a corrosão, contra a ação do fogo e contra atos de vandalismo.
- Aprofundar-se no estudo da contribuição da protensão externa na resistência ao esforço cortante por meio de simulações experimentais, variando-se a forma do cabo externo, a taxa de armadura de cisalhamento e a força de protensão aplicada.
- Realizar simulações numéricas por meio do Método dos Elementos Finitos visando prever o comportamento das vigas reforçadas mediante protensão de cabos externos.
- Analisar a possibilidade e as vantagens da aplicação de outros tipos armaduras, como as mantas e as cordoalhas de fibras sintéticas, associadas à protensão para o reforço de estruturas.
- Estudar o comportamento ao longo do tempo das vigas reforçadas por meio da protensão externa no que diz respeito às perdas de protensão e à resistência à fadiga.

Acredita-se que o estudo dos temas sugeridos acima podem conduzir a uma vasta gama de informações úteis que auxiliem no projeto e no detalhamento do reforço de vigas por meio da protensão de cabos externos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AALAMI, B.O.; SWANSON, D.T. (1988). Innovative rehabilitation of a parking structure. *Concrete International*, v.20, n.3, p.30-5, Feb.
- ACI-ASCE COMMITTEE 423 (1989). Recommendations for concrete members prestressed with unbonded tendons. *ACI Structural Journal*, v.86, n.3, p.301-18, May-June.
- ALKHAIRI, F.M.; NAAMAN, A.E. (1993). Analysis of beams prestressed with unbonded internal or external tendons. *ASCE Journal of Structural Engineering*, v.119, n.2, p.2680-700.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1999). *ACI 318/99 – Building code requirements for structural concrete and ACI 318R/99 – Commentary*. Farmington Hills, Michigan.
- ARAÚJO, A.F. (1997). *Estudo experimental da resistência à flexão de vigas protendidas com cabos sintéticos externos*. Rio de Janeiro. 135p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980). *NBR 5739 – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos de concreto*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2000). *NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). *NBR 6152 – Materiais metálicos – determinação das propriedades mecânicas à tração*. Rio de Janeiro.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1983). *NBR 7222 – Argamassas e concreto – determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1992). *NBR 7223 – Concreto – determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone*. Rio de Janeiro.
- BRANCO, M.M.C. (1993). *Resistência à flexão de vigas isostáticas protendidas com cabos sintéticos externos*. Rio de Janeiro. 56p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION (1985). *BS 8110 - Structural use of concrete: Part 1. Code of practice and construction*. London.
- CÁNOVAS, M.F. (1988). *Patologia e terapia do concreto armado*. São Paulo, Pini.
- CAUDURO, L. (1997). Em fôvor da leveza: veja como funciona a pós-tensão com sistema não-aderente, que utiliza cordoalhas engraxadas e plastificadas. *Téchne*, São Paulo, n.26, p.30-3, jan.-fev.
- DALY, A.F. (1998). External post-tensioning. *Concrete Engineering International*, v.2, n.3, p.27-9, Apr.
- ESKOLA, L.; VILONEN, I. (1999). New life by post-tensioning: rehabilitation of two box girder bridges. In: IABSE SYMPOSIUM, Rio de Janeiro, 1999. *Anais*. p.824-31.
- FERNANDEZ, M.C.L. (1997). *Reforço de vigas T com estribos externos pré-tracionados*. Rio de Janeiro. 107p. Dissertação (Mestrado) - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- FERREIRA, J.B.; ROCHA, F.S. (1996). Recuperação e aumento da capacidade de carga de lajes nervuradas. In: 38^a REUNIÃO ANUAL DO IBRACON, Ribeirão Preto, 1996. *Anais*. v.1, p. 145-51.

- FURLAN JR, S. (1995). *Vigas de concreto com taxas reduzidas de armadura de cisalhamento: influência do emprego de fibras curtas e protensão*. São Carlos. 373p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- HARAJLI, M.H.; HIJAZI, S.A. (1991). Evaluation of the ultimate steel stress in partially prestressed concrete members. *PCI Journal*, v.36, n.1, p.62-82, Jan.-Feb.
- HARAJLI, M.H. (1993). Strengthening of concrete beams by external prestressing. *PCI Journal*, v.38, n.6, p.76-88, Nov.-Dec.
- HARAJLI, M.H. (1999). Analysis of the ultimate response of externally prestressed beams. In: IABSE SYMPOSIUM, Rio de Janeiro, 1999. *Anais*. p.956-63.
- HARAJLI, M.; KHAIRALLAH, N.; NASSIF, H. (1999). Externally prestressed members: evaluation of second-order effects. *Journal of Structural Engineering*, v.125, n.10, p.1151-61, Oct.
- HELENE, P.R.L. (1992). *Manual para reparo, reforço e proteção das estruturas de concreto*. São Paulo, Pini.
- LEONHARDT, F.; MÖNNING, E. (1977). *Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. 1.ed. Rio de Janeiro, Interciência, v 1.
- LEONHARDT, F. (1983). *Construções de concreto: concreto protendido*. Rio de Janeiro, Interciência, v 5.
- LIN, T.Y.; BURNS, N.H. (1981). *Design of prestressed concrete structures*. 3 ed. New York, John Wiley & Sons.
- MALLET, G. P. (1996). *Repair of concrete bridges: state-of-the-art review*. London, Thomas Telford Services.
- MORENO JR, A.L. (1996). *Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência submetidas à flexo-compressão*. São Paulo. Tese (doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

- NAAMAN, A.E. (1990). A new methodology for the analysis of beams prestressed with external or unbonded tendons. *External Prestressing in Bridges*, A.E. Naaman and J.E. Breen, Editors, SP-120, American Concrete Institute, Detroit.
- NAAMAN, A.E.; ALKHAIRI, F.M. (1991). Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons: Part 2 – Proposed methodology. *ACI Structural Journal*, v.88, n.6, p.683-92, Nov.-Dec.
- PARK, R.; PAULAY, T. (1975) *Reinforced concrete structures*. New York, John Wiley and Sons. Cap. 6, p.195-269: Ultimate deformation and ductility of members with flexure.
- POINEAU, D.; LACOMBE, J.M. (1999). French experience in prestressed structures repair. In: IABSE SYMPOSIUM, Rio de Janeiro, 1999. *Anais*. p.816-23.
- QUANTRILL, R.J.; HOLLAWAY (1998). The flexural rehabilitation of reinforced concrete beams by the use of prestressed advanced composite plates. *Composites Science and Technology*, v. 58, p. 1259-75.
- REIS, A.P.A. (1998). *Reforço de vigas de concreto armado por meio de barras de aço adicionais ou chapas de aço e argamassa de alto desempenho*. São Carlos. 179p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SOUZA, V.C.M.; RIPPER, T. (1998). *Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto*. São Paulo, Pini.
- TAN, K.H.; NAAMAN, A.E. (1993a). Strut-and-tie model for externally prestressed concrete beams. *ACI Structural Journal*, v.90, n.6, p.683-91, Nov.-Dec.
- TAN, K.H.; NAAMAN, A.E. (1993b). Methodology for strength evaluation of externally prestressed beams. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON BEHAVIOR OF EXTERNAL PRESTRESSING IN STRUCTURES, St. Rémy-lès-Chevreuse, France. *Proceedings*. St. Rémy-lès-Chevreuse, Association Française Pour la Construction. p.349-58.
- TAN, K.H.; NG, C.K. (1997). Effects of deviators and tendon configuration on behavior of externally prestressed beams. *ACI Structural Journal*, v.94, n.1, p.13-22, Jan.-Feb.

- TAN, K.H.; NG, C.K. (1998). Effect of shear in externally prestressed beams. *ACI Structural Journal*, v.95, n.2, p.13-22, Mar.-Apr.
- TRIANAFILLOU, T.C.; DESKOVIC, N. (1991). Innovative prestressing with FRP sheets: mechanics of short-term behavior. *Journal of Engineering Mechanics*, v.117, n.7, p.1652-72, July.
- TRIANAFILLOU, T.C.; DESKOVIC, N.; DEURING, M. (1992). Strengthening of concrete structures with prestressed fiber reinforced sheets. *ACI Structural Journal*, v.89, n.3, p.235-44, May-June.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1983). Assessment of concrete structures and design procedures for upgrading (redesign), *Bulletin d'Information*. n.162, oct.

HANAI, J.B. (1995). *Fundamentos do concreto protendido*: notas de aula para o curso de engenharia civil. São Carlos, EESC.

NAAMAN, A.E.; ALKHAIRI, F.M. (1991). Stress at ultimate in unbonded post-tensioning tendons: Part 1 – Evaluation of the state-of-the-art. *ACI Structural Journal*, v.88, n.5, p.641-51, Sept.-Oct.

NAAMAN, A.E. (1993). External prestressing for rehabilitation: analysis and design implications. In: FOURTH INTERNACIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL FAILURE, DURABILITY AND RETROFITTING, Singapore, 1993. *Anais*. p.485-95.

PFEIL, W. (1988). *Concreto protendido*: introdução. 2.ed. Rio de Janeiro, LTC Livros Técnicos. v.1

APÊNDICE I - DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS COEFICIENTES DE REDUÇÃO DAS DEFORMAÇÕES

I.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

NAAMAN (1990) apresenta um método para prever o comportamento de vigas protendidas com cabos não aderentes baseado em coeficientes de redução das deformações dos cabos. As equações para estes coeficientes na fase elástica linear antes da fissuração da viga, denominado de Ω , e na fase elástica linear após a fissuração da viga, denominado de Ω_c , foram apresentadas pelo autor e podem ser deduzidas a partir de sua definição, com base em princípios simples da Resistência dos Materiais. Estas deduções foram desenvolvidas e são mostradas a seguir.

I.2. COEFICIENTE W

O coeficiente Ω se refere ao comportamento elástico linear da viga antes da fissuração e é definido pela razão entre a variação da deformação do cabo não aderente, $(\Delta\varepsilon_p)_{mnad}$, e a variação da deformação num cabo aderente equivalente, $(\Delta\varepsilon_p)_{mad}$, na seção de momento máximo. Sabe-se que a variação da deformação no cabo não aderente é igual à média das variações das deformações no concreto na altura do cabo ao longo de toda a viga, $(\Delta\varepsilon_{cp})_{medio}$. Por outro lado, a variação da deformação na armadura aderente na seção de momento máximo é igual à variação da deformação do concreto no nível do cabo, $(\Delta\varepsilon_{cp})_{mad}$, nesta seção.

Com base nestas afirmações, pode-se escrever que:

$$\Omega = \frac{(\Delta\varepsilon_p)_m nad}{(\Delta\varepsilon_p)_m ad} = \frac{(\Delta\varepsilon_{cp})_médio}{(\Delta\varepsilon_{cp})_m ad}$$

Determinando-se as equações para as variações das deformações do concreto no nível do cabo chega-se à equação para o coeficiente de redução das deformações, como será mostrado a seguir.

Da resistência dos materiais sabe-se que, numa viga submetida à flexão, a deformação na fibra situada a uma distância y do centro de gravidade da seção vale:

$$\varepsilon = \frac{M \cdot y}{E \cdot I} \quad (\text{I.1})$$

No nível do cabo de protensão tem-se $y = e_p$. Admitindo-se que, para um acréscimo de uma carga genérica Δq , tenha-se, na seção de momento máximo, um acréscimo de momento $\Delta M_{máx}$, pode-se escrever que o acréscimo de deformação no concreto nessa seção é dado por:

$$(\Delta\varepsilon_{cp})_m ad = \frac{\Delta M_{máx} \cdot (e_p)_{máx}}{E \cdot I}$$

Por outro lado, a partir a equação (I.1), tomando-se o momento fletor para cada ponto ao longo do vão da viga pode-se determinar a deformação do concreto no nível do cabo em cada ponto e traçar um gráfico das deformações ao longo do vão, como genericamente representado na Figura I.1.

A deformação média do concreto no nível do cabo em toda a viga, $(\varepsilon_{cp})_médio$, pode ser calculada como a razão da área sombreada do gráfico da Figura I.1 pelo comprimento da viga. Da mesma forma, pode também ser calculada a variação desta deformação. Para uma viga de seção constante com carregamento simétrico e forma do cabo de protensão também simétrica, pode-se escrever, então:

$$(\Delta\varepsilon_{cp})_médio = \frac{2 \cdot \int_0^{\ell/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_p(x)}{E \cdot I} dx}{\ell}$$

Admitindo-se que o módulo de elasticidade e o momento de inércia são constantes ao longo da viga, tem-se:

$$(\Delta\varepsilon_{cp})_médio = \frac{2}{E \cdot I \cdot \ell} \cdot \int_0^{\ell/2} \Delta M(x) \cdot e_p(x) dx$$

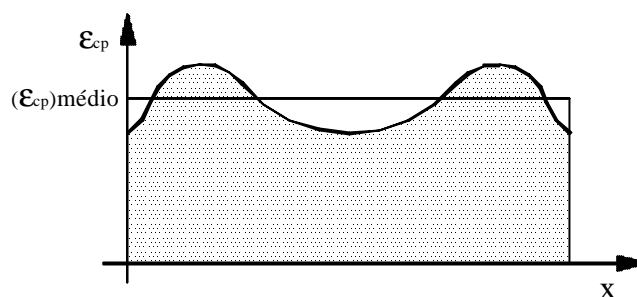


Figura I.1 - Deformações do concreto no nível do cabo ao longo do vão

O coeficiente Ω pode, então, ser determinado:

$$\Omega = \frac{(\Delta\varepsilon_{cp})_{médio}}{(\Delta\varepsilon_{cp})_{mad}} = \frac{2}{\Delta M_{max} \cdot (e_p)_{max} \cdot \ell} \int_0^{\ell/2} \Delta M(x) \cdot e_p(x) \cdot dx \quad (I.2)$$

Para cada caso específico de carregamento e da forma do cabo externo, a partir da equação (I.2) pode-se determinar o coeficiente de redução das deformações.

I.3. COEFICIENTE Ω_c

O coeficiente Ω_c se refere ao comportamento elástico linear da viga após a fissuração, e é definido da mesma maneira que o coeficiente Ω . Entretanto, neste caso, a deformação é influenciada pela fissuração da viga. Admita-se nesta demonstração a viga da Figura I.2 de comprimento total ℓ , composta por um trecho não fissurado de inércia I_g , e de uma única fissura no meio do vão de comprimento ℓ_c . O momento de inércia na seção da fissura vale I_{cr} .

Neste caso, a variação da deformação no meio do vão vale:

$$(\Delta\varepsilon_{cp})_{mad} = \frac{\Delta M_{max} \cdot (e_p)_{max}}{E \cdot I_{cr}}$$

A média das variações das deformações do concreto no nível do cabo de protensão deve ser determinada considerando a variação da inércia, como será demonstrado a seguir. É importante observar o sistema de eixos indicado na Figura I.2.

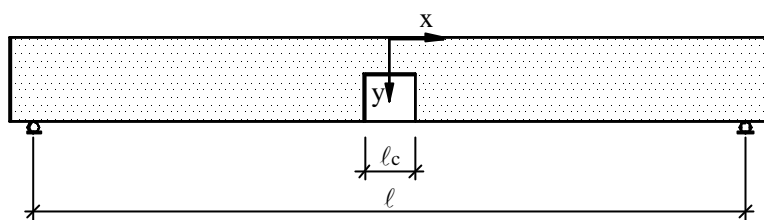


Figura I.2 - Representação esquemática da viga fissurada

Da mesma forma que foi feito no item anterior, a média das variações da deformação do concreto no nível do cabo pode ser determinada dividindo-se a área do gráfico da deformação ao longo do vão pelo comprimento da viga. Assim, tem-se:

$$(\Delta\varepsilon_{cp})_{m\u00e9dio} = \frac{2}{E \cdot \ell} \cdot \left[\int_0^{\ell/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_p(x)}{I_g} dx + \int_0^{\ell_c/2} \Delta M(x) \cdot e_p(x) \cdot \left(\frac{1}{I_{cr}} - \frac{1}{I_g} \right) dx \right]$$

Rearranjando-se o segundo termo, chega-se a uma expressão conveniente para a média das variações da deformação do concreto:

$$(\Delta\varepsilon_{cp})_{m\u00e9dio} = \frac{2}{E \cdot \ell} \cdot \left[\int_0^{\ell/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_p(x)}{I_g} dx + \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \int_0^{\ell_c/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_p(x)}{I_{cr}} dx \right]$$

Dividindo-se a expressão do $(\Delta\varepsilon_{cp})_{m\u00e9dio}$ pela expressão do $(\Delta\varepsilon_{cp})_{mad}$, chega-se à equação do coeficiente de redução das deformações para a fase el\u00e1stica linear ap\u00f3s a fissura\u00e7\u00e3o:

$$\Omega_c = \Omega \cdot \frac{I_{cr}}{I_g} + \frac{2}{\ell} \cdot \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \right) \cdot \int_0^{\ell_c/2} \frac{\Delta M(x) \cdot e_p(x)}{\Delta M_{max} \cdot (e_p)_{max}} \cdot dx$$

Mais uma vez, para cada caso de carregamento e geometria do cabo de protens\u00e3o, pode ser determinado o coeficiente Ω_c por meio da equa\u00e7\u00e3o acima.

APÊNDICE II - ANÁLISE TEÓRICA PARA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO DAS VIGAS ENSAIADAS

II.1. GENERALIDADES

Os ensaios realizados podem ser divididos em 3 etapas:

- Etapa 1 → aplicação de um carregamento monotônico crescente até uma força de aproximadamente 55% da força última prevista para a viga original, antes da protensão dos cabos;
- Etapa 2 → posicionamento e protensão dos cabos, mantendo-se o carregamento aplicado;
- Etapa 3 → aplicação de um carregamento monotônico crescente até a ruína, após ancoragem dos cabos de protensão.

Para determinar a deformação nas armaduras e no concreto e o deslocamento transversal da viga, é necessário conhecer a rigidez à flexão (EI) da mesma. Esta rigidez varia de acordo com a fissuração do elemento, sendo importante compreender o comportamento provável do modelo durante as diversas etapas do ensaio.

Devido à intensidade do carregamento aplicado na Etapa 1, a viga fissa, passando do estágio I para um estágio intermediário entre os estádios I e II. Durante a aplicação da protensão há a diminuição da flecha (ou até aparecimento de uma contra-flecha) e o fechamento das fissuras, o que resulta numa recuperação da rigidez que deve ser considerada para a previsão do comportamento da viga. A depender da intensidade da força de protensão aplicada e da forma do cabo externo, as fissuras podem se fechar completamente. Com isso, no início da Etapa 3, a viga pode se comportar como não fissurada. Na medida em que o carregamento é aplicado, as

fissuras voltam a se abrir e a viga volta a trabalhar entre os estádios I e II, passando para o estádio III próximo à ruína.

Serão descritos a seguir os procedimentos adotados para previsão do comportamento das vigas durante os ensaios. Para a previsão dos deslocamentos e deformações na terceira etapa do ensaio, foram utilizados dois métodos: o Método dos Coeficientes de Redução das Deformações, proposto por NAAMAN (1990) e o Método das Forças Radiais Equivalentes, ambos já descritos no decorrer do trabalho.

É importante destacar a convenção de sinais que está sendo utilizada. As tensões de tração e os alongamentos foram sempre tomados como positivos e as tensões de compressão e os encurtamentos, como negativos. A força de protensão, tanto na armadura ativa como no concreto, foram sempre tomadas como positivas.

II.2. DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES E DAS DEFORMAÇÕES

Neste item serão apresentadas as equações utilizadas para determinar as tensões e as deformações no concreto e as deformações nas armaduras longitudinais tracionadas e comprimidas e nos estribos, para as três etapas dos ensaios. Para isto, é imprescindível mostrar também as equações usadas para calcular a posição da linha neutra e o momento de inércia da viga em cada etapa do carregamento, bem como as equações utilizadas para determinar o momento de fissuração e o momento de reabertura de fissuras após a retomada do carregamento.

II.2.1. Etapa 1

Como já foi explicado anteriormente, na Etapa 1 tem-se uma viga de concreto armado, sem protensão. No início do carregamento a viga encontra-se no estádio I. A posição da linha neutra e o momento de inércia da seção (Figura II.1) podem ser determinados, respectivamente, por:

$$x_I = \frac{(b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s d_s + A'_s d'_s)}{(b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s + A'_s)} \quad (\text{II.1})$$

$$I_I = \frac{b_w h^3}{12} + b_w h \cdot \left(\frac{h}{2} - x_I \right)^2 + \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x_I - \frac{h_f}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot \left[A_s (d_s - x_I)^2 + A'_s (x_I - d'_s)^2 \right] \quad (\text{II.2})$$

Como, neste caso, as tensões no concreto são baixas, utiliza-se o módulo de elasticidade inicial do concreto (E_c) na determinação do α_e :

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$$

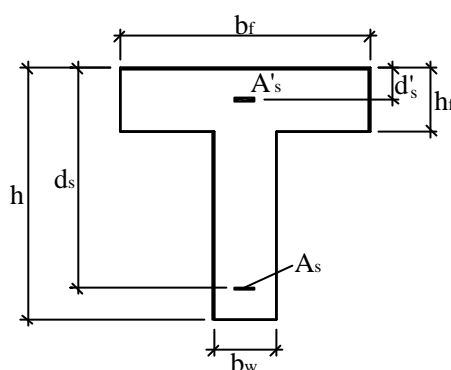


Figura II.1 - Seção transversal da viga sem considerar a armadura externa

As equações (I.1) e (I.2) são válidas até o início da fissuração da peça. O momento correspondente ao início da fissuração pode ser calculado pela expressão:

$$M_r = \frac{f_{ctm,fl} \cdot I_I}{h - x_I} \quad (\text{II.3})$$

onde $f_{ctm,fl}$ é a resistência média do concreto à tração na flexão e vale $1,2 f_{ctm}$. O f_{ctm} , resistência média do concreto à tração, pode ser obtido a partir do resultado do ensaio de tração por compressão diametral ($f_{ct,sp}$) pela expressão:

$$f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ct,sp}$$

A força correspondente ao início da fissuração é obtida dividindo-se o momento de fissuração pela distância entre o eixo do apoio e o ponto de aplicação da força mais próxima deste apoio (a).

A partir do início da fissuração a posição da linha neutra começa a subir e o momento de inércia a diminuir. A determinação destes parâmetros quando se está

num estágio intermediário entre os estádios I e II pode ser feita por meio das fórmulas de Branson:

$$x_e = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^{2,5} x_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^{2,5}\right] \cdot x_{II} \leq x_I \quad (\text{II.4})$$

$$I_e = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{II} \leq I_I \quad (\text{II.5})$$

onde M_a é o momento fletor na seção no meio do vão da viga.

Para aplicação das fórmulas de Branson é necessário conhecer a posição da linha neutra e o momento de inércia da seção no estágio II. Admitindo-se que no estágio II a linha neutra esteja na mesa, o que se verificou em todas as vigas ensaiadas, pode-se determinar a sua posição a partir da seguinte equação do segundo grau em x_{II} :

$$\frac{b_f \cdot x_{II}^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d'_s) - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d_s - x_{II}) = 0 \quad (\text{II.6})$$

O momento de inércia no estágio II pode ser calculado pela expressão:

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d'_s)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d_s - x_{II})^2 \quad (\text{II.7})$$

Neste caso, como a tensão atuante no concreto é mais alta, o coeficiente α_e é calculado utilizando-se o módulo de elasticidade secante do concreto (E_{cs}):

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$$

O primeiro passo na determinação das deformações nas armaduras longitudinais e no concreto no meio do vão é calcular a tensão no concreto no bordo comprimido, que é dada por:

$$\sigma_{cc} = \frac{M_a \cdot y_c}{I} \quad (\text{II.8})$$

onde,

$$y_c = -x = \begin{cases} -x_I & \text{para o estágio I} \\ -x_e & \text{para qualquer estágio intermediário entre os estádios I e II} \\ -x_{II} & \text{para o estágio II} \end{cases}$$

$$I = \begin{cases} I_I & \text{para o estágio I} \\ I_e & \text{para qualquer estágio intermediário entre os estádios I e II} \\ I_{II} & \text{para o estágio II} \end{cases}$$

A deformação correspondente a esta tensão pode ser obtida por:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_{cc}}{E_{cs}} \quad (\text{II.9})$$

A partir daí, mediante uma regra de três, pode-se determinar as deformações nas armaduras passivas longitudinais de tração e de compressão:

$$\varepsilon_s = -\varepsilon_{cc} \cdot \frac{d_s - x}{x} \quad (\text{II.10})$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cc} \cdot \frac{x - d'_s}{x} \quad (\text{II.11})$$

A deformação nos estribos nos trechos submetidos ao esforço cortante segundo o Modelo de Cálculo I da NBR 6118 (2000) pode ser dada por:

$$\varepsilon_{sw} = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot b_w \cdot d_s \cdot \rho_{sw} \cdot E_s} \quad (\text{II.12})$$

onde,

$$V_{sw} = V - V_c \quad (\text{II.13})$$

$$V_c = V_{co} \quad (\text{II.14})$$

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctm} \cdot b_w \cdot d_s \quad (\text{II.15})$$

Desta forma, podem ser previstas teoricamente as deformações nas armaduras e no concreto na primeira etapa do ensaio.

II.2.2. Etapa 2

Na Etapa 2, tem-se uma transição, sob carregamento, entre uma viga de concreto armado e uma viga submetida à protensão externa. Inicialmente a viga está fissurada, trabalhando entre os estádios I e II. Com a aplicação da protensão, as fissuras vão se fechando, podendo-se chegar até à situação na qual as fissuras se fecham completamente e a viga volta a trabalhar no estágio I.

Para a previsão do comportamento nesta etapa, foram utilizadas as mesmas equações que serão expostas no próximo item, (Etapa 3 – Método das Forças Radiais Equivalentes), considerando-se, no entanto, a variação da força de protensão a cada incremento da força aplicada.

II.2.3. Etapa 3 – Método das Forças Radiais Equivalentes

Pelo Método das Forças Radiais Equivalentes, a viga de concreto armado é analisada como um elemento independente do cabo de protensão, submetida ao carregamento externo e às forças oriundas do efeito da protensão (Figura II.2). Neste caso, não se considera o acréscimo de tensão no cabo que ocorre à medida em que a viga é carregada.

Desta forma, pode-se admitir que se está trabalhando com uma viga de concreto armado submetida à flexo-compressão. O momento atuante pode ser calculado somando-se à parcela correspondente à força externa aplicada, as parcelas correspondentes à projeção vertical da força de protensão nos terços do vão (P_y) e à projeção horizontal da força de protensão na extremidade da viga (P_x), ou seja:

$$M_a = (F - P_y) \cdot a - P_x \cdot e_{pa} \quad (\text{II.16})$$

onde e_{pa} é a excentricidade do cabo de protensão em relação ao baricentro da seção, no eixo do apoio.

Para se determinar o momento correspondente à reabertura de fissuras, soma-se ao momento de fissuração M_r , anteriormente calculado, a parcela M_o correspondente à anulação do efeito da compressão axial (momento de descompressão). O momento de reabertura de fissuras é calculado, então, por:

$$M_{r2} = M_r + M_o$$

onde:

$$M_o = \frac{P_x \cdot I_I}{A_c \cdot (h - x_I)}$$

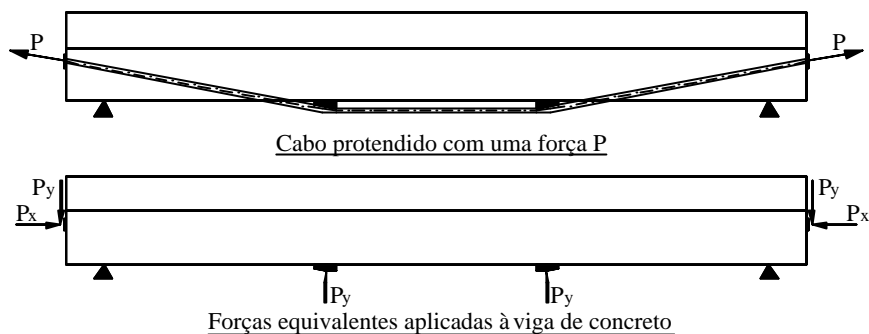


Figura II.2 - Substituição do cabo externo por forças equivalentes aplicadas nos desviadores e nas ancoragens

As posições da linha neutra (x_I e x_{II}) e os momentos de inércias (I_I e I_{II}) são calculados da mesma maneira que na Etapa 1, por meio das equações (II.1), (II.2), (II.6) e (II.7). Nas situações intermediárias entre os estádios I e II é utilizada uma modificação na fórmula de Branson, conforme sugerido em NAAMAN (1982):

$$x_e = \left(\frac{M_{r2} - M_o}{M_a - M_o} \right)^{2,5} x_I + \left[1 - \left(\frac{M_{r2} - M_o}{M_a - M_o} \right)^{2,5} \right] \cdot x_{II} \leq x_I$$

$$I_e = \left(\frac{M_{r2} - M_o}{M_a - M_o} \right)^3 I_I + \left[1 - \left(\frac{M_{r2} - M_o}{M_a - M_o} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \leq I_I$$

A tensão no concreto na fibra mais comprimida pelo efeito do carregamento (extremidade superior da mesa) pode ser obtida por:

$$\sigma_{cc} = \frac{-P_x}{A_c} + \frac{M \cdot y_c}{I}$$

onde:

$$y_c = -x = \begin{cases} -x_I & \text{para } M_a < M_{r2} \\ -x_e & \text{para } M_a \geq M_{r2} \end{cases} \quad \text{com } x_e \geq x_{II}$$

$$I = \begin{cases} I_I & \text{para } M_a < M_{r2} \\ I_e & \text{para } M_a \geq M_{r2} \end{cases} \quad \text{com } I_e \geq I_{II}$$

As deformações no concreto e nas armaduras tracionadas e comprimidas podem ser obtidas a partir de σ_{cc} pelas equações (II.9) a (II.11) expostas anteriormente.

Para determinação da tensão nos estribos nesta etapa do ensaio, foram utilizados o Modelo de Cálculo I da NBR 61118 (2000) e as prescrições do ACI 318 (1999). No primeiro caso, as equações (II.12), (II.13) e (II.15) expostas anteriormente continuam válidas. O cálculo da parcela resistida pelo concreto (V_c) é alterado por se estar trabalhando com uma viga submetida à flexo-compressão, e vale:

$$V_c = V_{co} + V_{co} \frac{M_o}{M_a} \leq 2 \cdot V_{co} \quad (\text{II.17})$$

Com base no equacionamento do ACI 318 (1999), a parcela resistida pelo concreto, admitindo-se o aparecimento de fissuras de cisalhamento-flexão, pode ser dada, para o caso em questão, por:

$$V_{ci} = 0,05\sqrt{f_c} b_w \cdot d_s + \frac{M_r}{a}$$

com:

$$M_r = \frac{I_l}{(h-x)} \left[0,5\sqrt{f_c} + \frac{P_x}{A_c} \right].$$

A deformação dos estribos pode ser calculada pela expressão:

$$\varepsilon_{sw} = \frac{V_{sw}}{b_w \cdot d_s \cdot \rho_{sw} \cdot E_s}$$

sendo

$$V_{sw} = V - V_{ci}.$$

Qualquer que seja o equacionamento utilizado, a força cortante atuante é calculada pela expressão:

$$V = F - P_y$$

II.2.4. Etapa 3 – Método dos Coeficientes de Redução das Deformações

Pelo Método dos Coeficientes de Redução das Deformações, considera-se a presença da armadura protendida na seção transversal da peça, de maneira

semelhante ao que se faria para cabos internos aderentes, para a determinação da altura da linha neutra e do momento de inércia da seção (Figura II.3), chegando-se a:

$$x_{pl} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s d_s + A'_s d'_s) + \alpha_p A_p d_p}{(b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot (A_s + A'_s) + \alpha_p A_p}$$

$$I_{pl} = \frac{b_w h^3}{12} + b_w h \cdot \left(\frac{h}{2} - x_{pl} \right)^2 + \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x_{pl} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot \left[A_s (d_s - x_{pl})^2 + A'_s (x_{pl} - d'_s)^2 \right] + \alpha_p A_p \cdot (d_p - x_{pl})^2$$

onde α_p é a razão entre o módulo de elasticidade do aço da armadura ativa e o módulo de elasticidade inicial do concreto:

$$\alpha_p = \frac{E_s}{E_c}$$

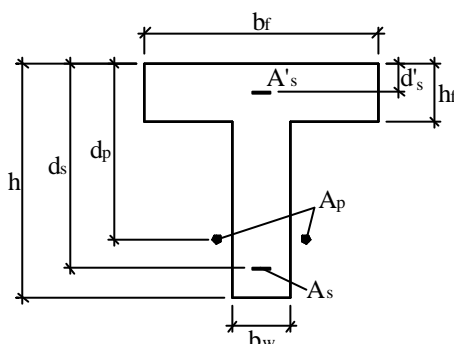


Figura II.3 - Seção transversal da viga, considerando a presença do cabo externo

O momento de fissuração, neste caso, é calculado pela expressão proposta em NAAMAN (1990):

$$M_{r2} = (M_r)_\infty + \Delta M_r$$

onde $(M_r)_\infty$ é a parcela do momento de fissuração da viga considerando que a mesma está submetida à força de protensão P_∞ e é dado por:

$$(M_r)_\infty = P_\infty \cdot \left(e_{pm} + \frac{I_{pl}}{A_c \cdot y_t} \right) + \frac{I_{pl}}{y_t} \cdot f_r$$

com $f_r = 0,62 \cdot \sqrt{f_c}$ (MPa)

ΔM_r é a parcela correspondente ao acréscimo de tensão na armadura não aderente devido ao carregamento aplicado e vale:

$$\Delta M_r = \frac{A_p \cdot e_{pm} \cdot \left(e_{pm} + \frac{I_{PI}}{A_c \cdot y_t} \right) \cdot [(M_r)_\infty - M_D]}{\frac{1}{\Omega} \cdot I_{PI} \cdot \frac{E_c}{E_p} + A_p \cdot \left(\frac{I_{PI}}{A_c} - e_{pm} \cdot \frac{I_{PI}}{A_c \cdot y_t} \right)}$$

Para a peça fissurada, NAAMAN (1979)¹ define a altura da linha neutra como a distância da fibra mais comprimida ao ponto de tensão nula. Para se chegar a este valor, aplica-se um processo iterativo que leva em conta o coeficiente de redução das deformações para a fase elástica linear após a fissuração (Ω_c). A partir das equações que expressam equilíbrio de forças, equilíbrio de momentos, compatibilidade de deformações e as relações tensão x deformação do aço e do concreto, para a viga da Figura II.3 chega-se à seguinte equação do 3º grau em x_{pII} :

$$A \cdot x_{pII}^3 + B \cdot x_{pII}^2 + C \cdot x_{pII} + D = 0$$

onde:

$$A = \left[\frac{A_p E_p}{3M_a} (\varepsilon_{p\infty} - \Omega_c \varepsilon_{c\infty}) b_w \right]$$

$$B = + \left[b_w - \frac{A_p E_p}{M_a} (\varepsilon_{p\infty} - \Omega_c \varepsilon_{c\infty}) b_w d_p \right]$$

$$C = 2(b_f - b_w)h_f + \frac{2A_s E_s}{E_{cs}} + \frac{2A'_s E'_s}{E_{cs}} + \frac{2A_p E_p}{E_{cs}} \Omega_c - \frac{A_p E_p}{M_a} (\varepsilon_{p\infty} - \Omega_c \varepsilon_{c\infty}) \cdot \left[2(b_f - b_w)h_f d_p - (b_f - b_w)h_f^2 - \frac{2A_s E_s}{E_{cs}} (d_s - d_p) - \frac{2A'_s E'_s}{E_{cs}} (d'_s - d_p) \right]$$

$$D = - \left\{ (b_f - b_w)h_f^2 + \frac{2}{E_{cs}} (A_s E_s d_s + A'_s E'_s d'_s + \Omega_c A_p E_p d_p) + \frac{A_p E_p}{M_a} \cdot (\varepsilon_{p\infty} - \Omega_c \varepsilon_{c\infty}) \cdot \left[\frac{2}{3} (b_f - b_w)h_f^3 + \frac{2A_s E_s}{E_{cs}} (d_s - d_p) d_s + \frac{2A'_s E'_s}{E_{cs}} (d'_s - d_p) d'_s - (b_f - b_w)h_f^2 d_p \right] \right\}$$

Esta equação depende do valor do coeficiente de redução das deformações Ω_c que, por sua vez, depende da inércia da seção no estágio II, que é calculada a partir da determinação da posição da linha neutra x_{pII} . Arbitrando-se um valor para Ω_c ,

¹ NAAMAN, A.E. (1979). *Analysis and design of partially prestressed concrete beams*. Notas de aula.

calcula-se x_{pII} e I_{pII} . Com isso, determina-se Ω_c e verifica-se se o valor encontrado está suficientemente próximo do valor arbitrado. Caso esta condição não seja satisfeita, arbitram-se novos valores para Ω_c até se chegar a um valor satisfatório.

A equação para cálculo da tensão no concreto depende da fase do comportamento da viga. Para a fase elástica linear antes da fissuração tem-se:

$$\sigma_{cc} = -\frac{\sigma_p \cdot A_p}{I_I} \cdot \left[\frac{I_I}{A_c} + e_{pm} \cdot y_c \right] + \frac{M_a \cdot y_c}{I_I}$$

onde,

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \frac{\Omega \cdot (M_a - M_D) \cdot e_{pm}}{I_I \cdot \frac{E_c}{E_p} + A_p \left(\frac{I_I}{A_c} + e_{pm}^2 \right)}$$

Para a fase elástica linear após a fissuração, tem-se:

$$\sigma_{cc} = \frac{-A_p E_p (\varepsilon_{p\infty} - \Omega_c \varepsilon_{c\infty}) x_{II}}{\frac{b_f x_{II}^2}{2} - \frac{(b_f - b_w)}{2} (x_{II} - h_f)^2 - \Omega_c \frac{A_p E_p}{E_{cs}} (d_p - x_{II}) - \frac{A_s E_s}{E_{cs}} (d_s - x_{II}) - \frac{A'_s E'_s}{E_{cs}} (d'_s - x_{II})}$$

A tensão no cabo externo nesta fase pode ser calculada por:

$$\sigma_p = E_p (\varepsilon_{p\infty} - \Omega_c \varepsilon_{c\infty}) - \Omega_c \frac{E_p}{E_{cs}} \sigma_{cc} \left(\frac{d_p - x_{II}}{x_{II}} \right)$$

As deformações no concreto e nas armaduras longitudinais (tracionada e comprimida) podem ser obtidas a partir da tensão na fibra mais externa da mesa (σ_{cc}) pelas expressões (II.9) a (II.11) expostas anteriormente.

II.3. DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS

Os deslocamentos transversais das vigas nos pontos instrumentados durante os ensaios podem ser facilmente determinados por meio da aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais (P.T.V.). Os efeitos das forças externas aplicadas e dos cabos de protensão podem ser calculados separadamente e somados. Para o cálculo das flechas, os cabos de protensão foram substituídos por forças equivalentes aplicadas nos desviadores e nas ancoragens (Método das Forças Radiais Equivalentes). Os diagramas de momento utilizados para aplicação do P.T.V. estão mostrados na Figura II.4.

A flecha devida à força externa aplicada pode ser determinada pela expressão:

$$v_{1F} = \frac{F \cdot a}{24 \cdot E_{cs} \cdot I} (3\ell^2 - 4a^2)$$

para o meio do vão, e pela expressão:

$$v_{2F} = \frac{F}{24 \cdot E_{cs} \cdot I} \left[3al(\ell - a) - \frac{\ell^3}{16} \right]$$

para as seções a $\ell/4$ dos apoios.

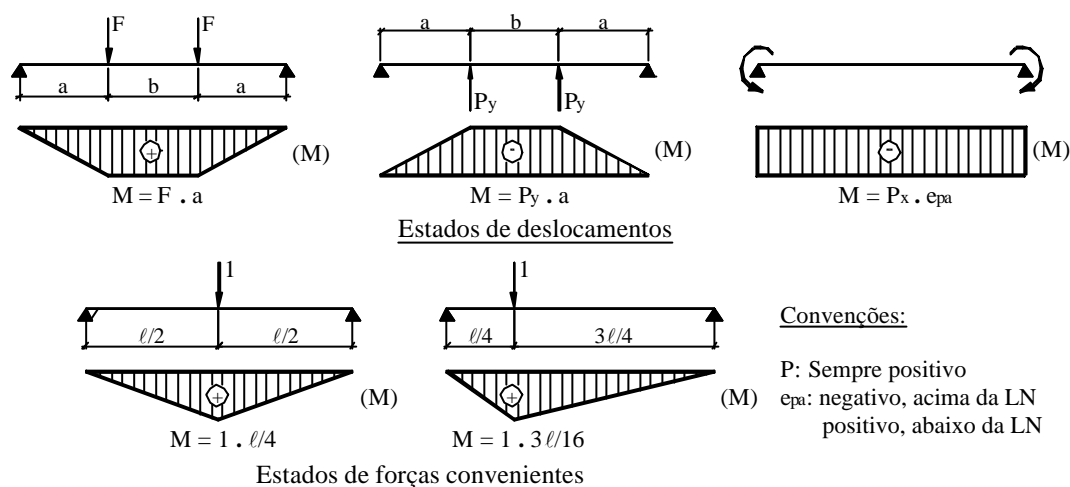


Figura II.4 - Diagramas de momentos fletores para aplicação do P.T.V.

A partir da segunda etapa do ensaio, a flecha devida à força externa foi somada à flecha devida à protensão externa. Esta última pode ser calculada por:

$$v_{1P} = -\frac{P \cos \alpha \cdot \ell^2 \cdot e_{pa}}{8 \cdot E_{cs} \cdot I} - \frac{P \sin \alpha \cdot a}{24 \cdot E_{cs} \cdot I} (3\ell^2 - 4a^2)$$

para a seção no meio do vão, e:

$$v_{2F} = -\frac{3 \cdot P \cos \alpha \cdot e_{pa} \cdot \ell^2}{32 \cdot E_{cs} \cdot I} - \frac{P \sin \alpha}{24 \cdot E_{cs} \cdot I} \left[3al(\ell - a) - \frac{\ell^3}{16} \right]$$

para as seções a $\ell/4$ dos apoios.

Para previsão dos deslocamentos na 3ª etapa do ensaio a força de protensão foi considerada de duas formas. No primeiro caso, correspondente ao Método das Forças Radiais Equivalentes, ela foi mantida constante. No segundo caso, ela foi variada, sendo calculada de acordo com o Método dos Coeficientes de Redução das Deformações.

APÊNDICE III - EXEMPLO DE CÁLCULO

III.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste apêndice será apresentado passo a passo todo o procedimento para se prever o momento resistente das vigas ensaiadas. Para tanto, se tomou como exemplo a viga VP-1. Serão aplicados os procedimentos das normas americana (ACI 318, 1999) e britânica (BS 8110, 1985) e os métodos de cálculo propostos por NAAMAN & ALKHAIRI (1991) e por HARAJLI (1999).

III.2. DADOS DA VIGA VP-1

Os dados necessários para se calcular o momento resistente da viga VP-1 estão mostrados na Figura III.1 e indicados abaixo:

Características geométricas

Vão da viga:	$\ell = 300\text{cm}$
Comprimento entre ancoragens:	$\ell_a = 325\text{cm}$
Altura da seção transversal:	$h = 30\text{cm}$
Largura da mesa:	$b_f = 40\text{cm}$
Espessura da mesa:	$h_f = 12\text{cm}$
Espessura da alma:	$b_w = 15\text{cm}$
Distância do apoio ao ponto de aplicação da força:	$a = 100\text{cm}$

Características da armadura longitudinal interna

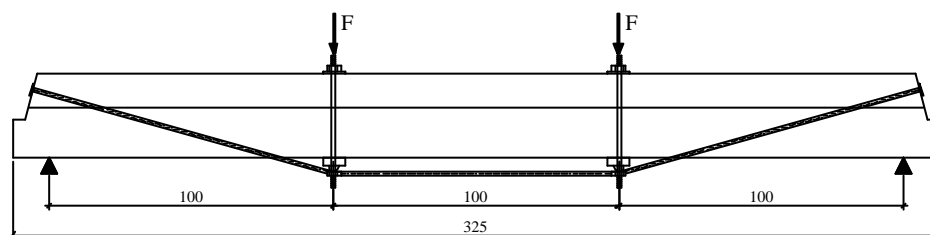
Área da armadura interna tracionada (3 ϕ 16mm):	$A_s = 6,0\text{cm}^2$
Altura útil da armadura interna tracionada:	$d_s = 26,9\text{cm}$
Tensão de escoamento do aço:	$f_y = 535\text{MPa}$

Características da armadura protendida

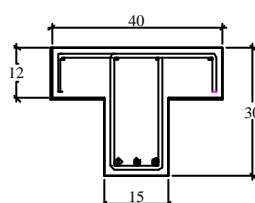
Área da armadura protendida (2 cordoalhas ϕ 12,7mm):	$A_p = 1,974\text{cm}^2$
Altura útil do cabo no meio do vão:	$d_p = 35,15\text{cm}$
Tensão de escoamento do aço da armadura protendida:	$f_{py} = 1820\text{MPa}$
Tensão de ruptura do aço da armadura protendida:	$f_{pu} = 2000\text{MPa}$
Tensão no cabo após perdas:	$\sigma_{p\text{≍}} = 998,0\text{MPa}$
Módulo de elasticidade do aço da armadura protendida:	$E_p = 208.000\text{MPa}$

Características do concreto

Resistência à compressão do concreto:	$f_c = 27,46\text{MPa}$
Deformação de pré-compressão no nível do cabo:	$\epsilon_{c\text{≍}} = 0,14\%$
Deformação específica última de compressão:	$\epsilon_{cu} = 3,0\%$



Vista Longitudinal - VP-1



Seção Transversal

Figura III.1 - Vista longitudinal e seção transversal da viga VP-1

Algumas determinações preliminares também podem ser feitas:

- Relação vão – altura útil da armadura protendida:

$$\frac{\ell}{d_p} = 8,53$$

- Taxa de armadura protendida:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_f \cdot d_p} = 1,40 \times 10^{-3}$$

- Deformação da armadura protendida após perdas:

$$\varepsilon_{p\infty} = \frac{\sigma_{p\infty}}{E_p} = 4,80 \times 10^{-3}$$

- Parâmetro β_1 do ACI 318 (1999):

$$f_c < 27,6\text{MPa} \Rightarrow \beta_1 = 0,85$$

III.3. CÁLCULO SEGUNDO O ACI 318 (1999)

Como a relação l/d_p é menor do que 35, calcula-se a tensão na armadura no Estado Limite Último por:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} = 1263,6\text{MPa}$$

Em seguida, verifica-se se a tensão calculada está dentro dos limites estabelecidos:

$$\sigma_p < f_{py} \quad \text{ok!}$$

$$\sigma_p < \sigma_{p\infty} + 413 = 1411\text{MPa} \quad \text{ok!}$$

A partir do equilíbrio de forças, calcula-se a posição da linha neutra. Admitindo-se, a princípio, que a linha neutra esteja na mesa, tem-se:

$$x = \frac{A_p \sigma_p + A_s f_y}{0,85 f_c b_f \beta_1} = 7,19\text{cm} < h_f$$

Como a hipótese da linha neutra estar na mesa foi confirmada, pode-se calcular o momento resistente:

$$M_n = A_p \sigma_p d_p + A_s f_y d_s - 0,85 f_c b_f \frac{(\beta_1 x)^2}{2} = 15.659,8\text{kN.cm}$$

A força resistente pode, então, ser determinada:

$$F_n = \frac{M_n}{a} = 156,6\text{kN}$$

III.4. CÁLCULO SEGUNDO A BS 8110 (1985)

A norma britânica utiliza a resistência do concreto referente ao corpo-de-prova cúbico. Como a resistência do concreto da viga foi determinada com o corpo-de-prova cilíndrico, é preciso fazer uma correção, como mostrado abaixo:

$$f_{cu} = \frac{f_c}{0,8} = 34,3\text{MPa}$$

É preciso determinar também a área de armadura equivalente referente à armadura passiva interna:

$$(A_p)_{eq} = A_s \frac{f_y}{f_{pu}} = 1,605\text{cm}^2$$

A área total de armadura vale:

$$(A_p)_{total} = (A_p)_{eq} + A_p = 3,579\text{cm}^2$$

Pode-se, então, calcular a tensão no cabo no Estado Limite Último:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \frac{7000}{l/d_p} \left(1 - 1,7 \frac{f_{pu}(A_p)_{total}}{f_{cu}b_f d_p} \right) = 1611,7\text{MPa}$$

A posição da linha neutra fica determinada por:

$$x = 2,47 \left(\frac{f_{pu}A_p}{f_{cu}b_f d_p} \cdot \frac{\sigma_p}{f_{pu}} d_p \right) = 10,38\text{cm}$$

Também, neste caso, a linha neutra está na mesa. O momento resistente pode ser calculado considerando-se a área total de armadura:

$$M_n = \sigma_p (A_p)_{total} \left(d_p - \frac{0,9x}{2} \right) = 17.578,1\text{kN.cm}$$

A força resistente é dada por:

$$F_n = \frac{M_n}{a} = 175,8\text{kN}$$

III.5. CÁLCULO SEGUNDO NAAMAN & ALKHAIRI (1991)

O primeiro passo para determinar a resistência da viga segundo NAAMAN & ALKHAIRI (1991) é calcular o coeficiente de redução das deformações. No caso, optou-se por usar as equações originalmente proposta pelos autores, sem a adaptação

feita para que os resultados ficassem mais a favor da segurança e pudessem ser incorporados em normas. Como a viga foi solicitada por duas forças concentradas, o coeficiente Ω_u é dado por:

$$\Omega_u = \frac{5,4}{(\ell / d_p)} = 0,633$$

Em seguida, admitindo-se que a linha neutra esteja na mesa, determinam-se os seguintes coeficientes:

$$A_1 = 0,85 f_c b_f \beta_1 = 79,36$$

$$B_1 = A_p \cdot \left(E_p \varepsilon_{cu} \Omega_u \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2} - \sigma_{p\infty} \right) - A_s f_y = -446,06$$

$$C_1 = -A_p E_p \varepsilon_{cu} \Omega_u d_p \frac{\ell_1}{\ell_2} = -2.528,67$$

Vale ressaltar que admitiu-se $\ell_1 = \ell = 300\text{cm}$ e $\ell_2 = \ell_a = 325\text{cm}$.

A posição da linha neutra pode ser encontrada pela equação:

$$x = \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4A_1 C_1}}{2A_1} = 9,12\text{cm}$$

Como a linha neutra realmente encontra-se na mesa, pode-se determinar a tensão no cabo no Estado Limite Último:

$$\sigma_p = \sigma_{p\infty} + \Omega_u \cdot E_p \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d_p}{x} - 1 \right) \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2} = 203,9\text{kN/cm}^2$$

A tensão calculada não satisfaz ao limite de 94% da tensão de escoamento. Portanto, deve-se assumir:

$$\sigma_p = 0,94 \cdot f_{py} = 171,08\text{kN/cm}^2$$

A posição da linha neutra deve ser, então, recalculada para este valor de tensão no cabo externo:

$$x = \frac{A_p \sigma_p + A_s f_y}{0,85 f_c b_f \beta_1} = 8,30\text{cm} < h_f$$

Com o novo valor para a posição da linha neutra, o momento resistente fica determinado por:

$$M_n = A_p \sigma_p d_p + A_s f_y d_s - 0,85 f_c b_f \frac{(\beta_1 x)^2}{2} = 18.182,0 \text{ kN.cm}$$

A força resistente pode, então, ser calculada:

$$F_n = \frac{M_n}{a} = 181,8 \text{ kN}$$

III.6. CÁLCULO SEGUNDO HARAJLI (1999)

O primeiro passo para a determinação do momento resistente segundo HARAJLI (1999) é calcular o comprimento equivalente da região plastificada. Para duas cargas concentradas nos terços do vão, tem-se $f = 3$, e:

$$\ell_p = d_s \cdot \left[\frac{\ell}{d_s} \left(\frac{0,95}{f} + 0,05 \right) + 1,0 \right] = 136,9 \text{ cm}$$

Em seguida, deve ser determinada a expressão para determinação da posição da linha neutra, calculando-se os termos A, B e C, como segue:

$$A = \left(\frac{\ell_p}{\ell_a} \right) \cdot d_p \cdot \varepsilon_{cu} = 4,442 \times 10^{-2}$$

$$B = \frac{\alpha}{2\ell_a} (\varepsilon_{cu} \cdot \ell_p)^2 \cdot (2\ell - \ell_p) \cdot \left[\varepsilon_p - \varepsilon_{p\infty} - \frac{\ell_p}{\ell_a} (\varepsilon_{c\infty} - \varepsilon_{cu}) \right] = 0$$

$$C = \varepsilon_p - \varepsilon_{p\infty} - \frac{\ell_p}{\ell_a} (\varepsilon_{c\infty} - \varepsilon_{cu}) = \varepsilon_p - 3,593 \times 10^{-3}$$

O termo B vale zero porque a viga tem desviadores e, neste caso, $\alpha = 0$. A expressão para a posição da linha neutra fica:

$$x = \frac{A}{C} = \frac{4,442 \times 10^{-2}}{\varepsilon_p - 3,593 \times 10^{-3}} \quad (\text{III.1})$$

A tensão no cabo, admitindo-se que a linha neutra fique na mesa, é dada por:

$$\sigma_p = \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f_c \cdot b_f \cdot x}{A_p} - \frac{A_s f_y}{A_p} = 40,202 \cdot x - 162,614 \quad (\text{III.2})$$

A partir deste ponto, deve-se fazer iterações, arbitrando-se o valor de σ_p , determinando-se ε_p por meio da relação tensão x deformação do aço, calculando-se x

com a equação (III.1) e calculando-se σ_p com a equação (III.2) até que o valor calculado seja suficientemente próximo do arbitrado. Inicialmente, pode-se arbitrar um dos valores determinados para σ_p nos itens anteriores como, por exemplo, o valor determinado pela equação da BS 8110 (1985). No quadro abaixo estão mostradas as etapas da iteração:

Passo	s_p (kN/cm ²)	e_p (‰)	x (cm)	s_p (kN/cm ²)
1	161,2	7,75	10,68	266,97
2	170,0	8,17	9,70	227,29
3	180,0	8,65	8,78	190,25
4	182,0	8,75	8,61	183,67

Como se vê, os valores de tensão estão convergindo para um valor um pouco acima da tensão de escoamento. Como se está trabalhando com a forma bi-linear para o diagrama tensão x deformação do aço de protensão e não com sua forma real, limitar-se-á o valor da tensão no cabo à tensão de escoamento. Assim, tem-se:

$$\sigma_p = f_{py} = 182,0 \text{ kN/cm}^2$$

A posição da linha neutra já foi calculada no passo 4 da iteração e vale:

$$x = 8,61 \text{ cm}$$

Pode-se, então, calcular o momento resistente:

$$M_n = A_p \sigma_p d_p + A_s f_y d_s - 0,85 f_c b_f \frac{(\beta_1 x)^2}{2} = 18.760,5 \text{ kN.cm}$$

A força resistente vale:

$$F_n = \frac{M_n}{a} = 187,6 \text{ kN}$$

APÊNDICE IV - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS EM FORMA DE TABELAS

Neste Apêndice, os resultados obtidos nos ensaios das 3 vigas (VP-1, VP-2 e VP-3) estão apresentados em forma de tabelas, na seguinte ordem:

- Deformação nas armaduras longitudinais tracionadas;
- Deformação nas armaduras longitudinais comprimidas;
- Deformação nos estribos;
- Deformação no concreto;
- Deslocamento transversal no meio do vão e nos quartos do vão;
- Força nos cabos de protensão

Os valores dos deslocamentos transversais no meio dos vãos e nos quartos dos vãos já foram descontados dos deslocamentos dos apoios.

Tabela IV.1 - Deformação na armadura longitudinal tracionada (VP-1)

Força (kN)	Deformação na Armadura Tracionada (‰)		
	Ext. 1	Ext. 2	Ext. 3
Cel. 0			
0.0	0.00	0.00	0.00
2.5	0.02	0.02	0.03
4.9	0.05	0.04	0.05
7.6	0.08	0.07	0.07
9.7	0.16	0.13	0.11
13.0	0.28	0.23	0.21
14.4	0.34	0.30	0.28
17.5	0.49	0.44	0.41
19.8	0.57	0.52	0.49
25.2	0.78	0.72	0.69
30.6	0.98	0.91	0.87
35.6	1.18	1.11	1.06
39.9	1.35	1.27	1.22
40.0	1.18	1.13	1.09
38.0	0.97	0.94	0.92
41.0	0.87	0.85	0.84
39.5	0.63	0.62	0.63
40.1	0.46	0.47	0.49
40.8	0.31	0.33	0.36
40.1	0.44	0.44	0.45
40.1	0.32	0.33	0.35
40.2	0.19	0.21	0.23
41.0	0.09	0.11	0.13
40.0	-0.02	0.00	0.03
40.7	-0.07	-0.05	-0.03
40.3	-0.13	-0.11	-0.09
40.6	-0.13	-0.11	-0.09
38.3	-0.11	-0.09	-0.07
54.9	0.06	0.06	0.07
69.9	0.34	0.32	0.31
84.7	0.70	0.66	0.63
100.0	1.09	1.04	0.99
114.9	1.50	1.42	1.35
130.5	1.94	1.85	1.77
145.1	2.37	2.27	2.18
159.4	2.79	2.82	2.60
165.1	3.60	3.04	2.76
169.9	4.66	3.43	3.44

Tabela IV.2 - Deformação na armadura longitudinal comprimida (VP-1)

Força (kN)	Deformação na Armadura Comprimida (‰)	
0.0	0.00	0.00
2.5	-0.01	-0.01
4.9	-0.02	-0.02
7.6	-0.03	-0.04
9.7	-0.05	-0.05
13.0	-0.07	-0.07
14.4	-0.08	-0.08
17.5	-0.10	-0.11
19.8	-0.12	-0.12
25.2	-0.16	-0.16
30.6	-0.19	-0.19
35.6	-0.22	-0.22
39.9	-0.24	-0.25
40.0	-0.24	-0.20
38.0	-0.23	-0.16
41.0	-0.25	-0.15
39.5	-0.24	-0.10
40.1	-0.23	-0.07
40.8	-0.23	-0.03
40.1	-0.24	-0.07
40.1	-0.20	-0.07
40.2	-0.16	-0.07
41.0	-0.12	-0.07
40.0	-0.07	-0.06
40.7	-0.05	-0.06
40.3	-0.02	-0.06
40.6	-0.02	-0.06
38.3	-0.03	-0.05
54.9	-0.11	-0.13
69.9	-0.20	-0.23
84.7	-0.29	-0.31
100.0	-0.39	-0.41
114.9	-0.49	-0.51
130.5	-0.61	-0.62
145.1	-0.73	-0.73
159.4	-0.84	-0.84
165.1	-0.88	-0.88
169.9	-0.92	-0.93
174.2	-0.98	-0.99
176.4	-1.15	-1.19
177.5	-1.17	-1.21
178.2	-1.18	-1.22
179.3	-1.20	-1.24

Tabela IV.3 - Deformação nos estribos (VP-1)

Força (kN)	Deformação nos Estribos (‰)	
	Cel. 0	Ext. 6
0.0	0.00	0.00
2.5	0.00	0.00
4.9	0.00	0.00
7.6	0.00	0.00
9.7	0.01	0.00
13.0	0.01	0.01
14.4	0.01	0.01
17.5	0.01	0.01
19.8	0.01	0.01
25.2	0.01	0.01
30.6	0.02	0.01
35.6	0.09	0.03
39.9	0.16	0.08
40.0	0.17	0.11
38.0	0.15	0.11
41.0	0.13	0.11
39.5	0.10	0.10
40.1	0.08	0.10
40.8	0.07	0.09
40.1	0.06	0.09
40.1	0.07	0.09
40.2	0.07	0.08
41.0	0.07	0.07
40.0	0.06	0.06
40.7	0.06	0.06
40.3	0.06	0.06
40.6	0.06	0.06
38.3	0.06	0.06
54.9	0.06	0.06
69.9	0.07	0.06
84.7	0.11	0.08
100.0	0.16	0.10
114.9	0.20	0.13
130.5	0.27	0.18
145.1	0.49	0.42
159.4	0.74	0.67
165.1	0.80	0.72
169.9	0.87	0.77
174.2	0.92	0.82
176.4	0.93	0.85
177.5	0.93	0.85
178.2	0.93	0.86
179.3	0.94	0.86

Tabela IV.4 - Deformação no concreto (VP-1)

Força (kN)	Deformação no Concreto (%)		
	Cel. 0	Ext. 8	Ext. 9
0.0	0.00	0.00	0.00
2.5	-0.01	-0.01	-0.01
4.9	-0.03	-0.03	-0.03
7.6	-0.05	-0.04	-0.04
9.7	-0.07	-0.06	-0.06
13.0	-0.11	-0.09	-0.09
14.4	-0.13	-0.12	-0.11
17.5	-0.18	-0.16	-0.15
19.8	-0.21	-0.19	-0.18
25.2	-0.29	-0.26	-0.24
30.6	-0.36	-0.33	-0.30
35.6	-0.43	-0.39	-0.35
39.9	-0.48	-0.43	-0.40
40.0	-0.41	-0.40	-0.38
38.0	-0.34	-0.35	-0.34
41.0	-0.31	-0.34	-0.35
39.5	-0.22	-0.29	-0.31
40.1	-0.16	-0.25	-0.28
40.8	-0.10	-0.21	-0.27
40.1	-0.15	-0.24	-0.28
40.1	-0.14	-0.21	-0.23
40.2	-0.12	-0.17	-0.18
41.0	-0.11	-0.14	-0.13
40.0	-0.08	-0.09	-0.07
40.7	-0.08	-0.07	-0.03
40.3	-0.07	-0.04	0.00
40.6	-0.07	-0.04	0.00
38.3	-0.06	-0.05	-0.01
54.9	-0.18	-0.16	-0.11
69.9	-0.32	-0.29	-0.24
84.7	-0.46	-0.42	-0.37
100.0	-0.63	-0.58	-0.52
114.9	-0.81	-0.76	-0.68
130.5	-1.03	-0.98	-0.87
145.1	-1.24	-1.20	-1.06
159.4	-1.45	-1.40	-1.24
165.1	-1.53	-1.47	-1.31
169.9	-1.63	-1.56	-1.40
174.2	-1.77	-1.69	-1.53
176.4	-2.34	-2.17	-2.07
177.5	-2.37	-2.20	-2.11
178.2	-2.40	-2.22	-2.14
179.3	-2.47	-2.27	-2.20

Tabela IV.5 - Deslocamentos no meio do vão e nos quartos do vão (VP-1)

Força (kN)	Deslocamento no meio do vão (mm)			Deslocamento nos quartos do vão (mm)	
	Trans. 11	Trans. 14	Trans. 15	Trans. 12	Trans. 13
Cel. 0					
0.0	0.00	0.03	0.04	0.00	0.00
2.5	-0.19	0.17	0.06	-0.22	0.43
4.9	0.08	0.32	0.15	-0.12	0.48
7.6	0.36	0.52	0.26	-0.01	0.59
9.7	0.44	0.72	0.41	0.11	0.71
13.0	1.01	1.10	0.72	0.34	0.94
14.4	1.09	1.34	0.98	0.53	1.09
17.5	1.67	1.94	1.54	0.92	1.47
19.8	1.84	2.30	1.78	1.20	1.71
25.2	3.06	3.27	2.78	1.92	2.42
30.6	4.07	4.20	3.71	2.57	3.06
35.6	5.11	5.13	4.66	3.28	3.76
39.9	5.62	5.93	5.59	3.89	4.36
40.0	5.56	5.20	4.94	3.39	3.82
38.0	3.85	4.41	4.18	2.83	3.28
41.0	3.32	4.10	3.85	2.58	3.06
39.5	2.34	3.16	2.93	1.93	2.39
40.1	1.75	2.51	2.32	1.50	1.96
40.8	1.20	1.95	1.77	1.09	1.59
40.1	2.95	2.24	2.21	1.43	1.85
40.1	1.68	1.76	1.74	1.07	1.53
40.2	0.73	1.25	1.21	0.71	1.17
41.0	0.16	0.84	0.81	0.41	0.85
40.0	-0.14	0.31	0.28	0.06	0.50
40.7	-0.65	0.06	0.02	-0.13	0.31
40.3	-0.93	-0.21	-0.27	-0.31	0.13
40.6	-0.30	-0.19	-0.28	-0.32	0.08
38.3	-0.13	-0.09	-0.22	-0.29	0.15
54.9	0.25	0.79	0.69	0.38	0.81
69.9	1.77	2.04	2.08	1.34	1.72
84.7	3.42	3.62	3.70	2.51	2.87
100.0	5.38	5.33	5.54	3.78	4.09
114.9	7.31	7.21	7.44	5.13	5.45
130.5	9.74	9.57	9.76	6.78	7.15
145.1	12.04	11.84	12.30	8.48	8.90
159.4	14.81	14.19	14.77	10.22	10.61
165.1	15.81	15.08	15.68	10.85	11.26
169.9	17.03	16.19	16.82	11.60	12.04
174.2	18.31	17.63	18.28	12.56	13.02
176.4	21.41	21.02	21.32	14.28	15.08
177.5	21.92	21.54	21.83	14.58	15.45
178.2	22.43	21.97	22.25	14.82	15.80
179.3	23.46	22.96	23.23	15.33	16.45

Tabela IV.6 - Força nos cabos de protensão (VP-1)

Força (kN)	Força de Protensão (kN)	
	Cel. 0	Cel. 1
39.9	0.00	0.00
40.0	0.08	25.55
38.0	0.08	39.92
41.0	0.08	59.61
39.5	0.08	80.39
40.1	0.08	100.23
40.8	0.08	120.39
40.1	0.08	100.62
40.1	20.14	99.61
40.2	40.35	98.28
41.0	60.64	97.27
40.0	80.78	95.94
40.7	99.74	95.39
40.3	115.89	94.84
40.6	115.35	94.61
38.3	102.39	94.69
54.9	103.10	95.94
69.9	105.44	98.75
84.7	109.03	102.89
100.0	113.01	107.11
114.9	116.99	111.56
130.5	121.28	116.80
145.1	125.65	121.80
159.4	130.49	126.95
165.1	132.44	128.91
169.9	134.78	131.41
174.2	137.28	134.14
176.4	141.65	138.75
177.5	142.59	139.69
178.2	143.29	140.47
179.3	144.77	142.11

Tabela IV.7 - Deformação na armadura longitudinal tracionada (VP-2)

Força (kN)	Deformação na Armadura Tracionada (‰)		
	Ext. 1	Ext. 2	Ext. 3
Cel. 0			
0.0	0.00	0.00	0.00
3.1	0.02	0.02	0.02
4.9	0.03	0.04	0.03
7.8	0.05	0.07	0.09
10.0	0.08	0.10	0.13
12.6	0.13	0.15	0.18
14.7	0.20	0.23	0.28
17.3	0.33	0.36	0.43
19.7	0.43	0.46	0.51
24.8	0.62	0.63	0.69
29.0	0.78	0.80	0.85
34.4	0.97	0.99	1.05
39.4	1.14	1.18	1.23
40.1	0.99	1.03	1.08
40.8	0.88	0.93	0.97
39.9	0.68	0.73	0.77
40.9	0.57	0.62	0.66
40.1	0.39	0.44	0.49
39.9	0.23	0.28	0.33
39.8	0.23	0.28	0.33
39.9	0.33	0.38	0.42
40.0	0.22	0.26	0.29
39.7	0.15	0.18	0.21
39.9	0.05	0.08	0.09
40.5	0.01	0.03	0.03
40.5	-0.05	-0.04	-0.05
41.9	-0.06	-0.05	-0.06
39.1	-0.04	-0.03	-0.04
39.1	-0.04	-0.02	-0.03
54.7	0.10	0.13	0.13
68.5	0.37	0.40	0.42
84.7	0.72	0.77	0.80
98.4	1.05	1.10	1.16
114.0	1.41	1.48	1.56
127.6	1.75	1.83	1.92
143.1	2.12	2.22	2.32
157.4	2.60	2.74	2.99
174.8	8.67	17.82	18.86

Tabela IV.8 - Deformação na armadura longitudinal comprimida (VP-2)

Força (kN)	Deformação na Armadura Comprimida (%)	
	Ext. 4	Ext. 5
Cel. 0		
0.0	0.00	0.00
3.1	-0.01	-0.01
4.9	-0.01	-0.02
7.8	-0.03	-0.03
10.0	-0.04	-0.04
12.6	-0.05	-0.05
14.7	-0.06	-0.06
17.3	-0.08	-0.08
19.7	-0.10	-0.09
24.8	-0.13	-0.12
29.0	-0.15	-0.14
34.4	-0.18	-0.16
39.4	-0.20	-0.18
40.1	-0.21	-0.15
40.8	-0.21	-0.13
39.9	-0.21	-0.09
40.9	-0.22	-0.07
40.1	-0.22	-0.04
39.9	-0.22	0.00
39.8	-0.22	0.00
39.9	-0.22	-0.03
40.0	-0.18	-0.04
39.7	-0.15	-0.04
39.9	-0.11	-0.05
40.5	-0.08	-0.06
40.5	-0.05	-0.07
41.9	-0.04	-0.08
39.1	-0.05	-0.06
39.1	-0.05	-0.06
54.7	-0.13	-0.13
68.5	-0.21	-0.19
84.7	-0.29	-0.27
98.4	-0.38	-0.34
114.0	-0.47	-0.41
127.6	-0.56	-0.49
143.1	-0.66	-0.57
157.4	-0.77	-0.66
174.8	-0.94	-0.75
185.3	-1.11	-0.81

Tabela IV.9 - Deformação nos estribos (VP-2)

Força (kN)	Deformação nos Estribos (‰)				
	Cel. 0	Ext. 6	Ext. 7	Ext. 11	Ext. 12
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12.61	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14.66	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
17.27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19.66	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01
24.77	0.00	0.00	-0.01	0.02	0.02
28.98	0.01	0.01	-0.01	0.03	0.03
34.43	0.00	0.01	0.00	0.03	0.03
39.43	-0.01	0.01	0.01	0.03	0.03
40.11	0.00	0.01	0.01	0.03	0.03
40.80	0.00	0.01	0.01	0.03	0.03
39.89	0.01	0.01	0.01	0.04	0.04
40.91	0.02	0.01	0.01	0.04	0.04
40.11	0.03	0.01	0.01	0.04	0.04
39.89	0.04	0.01	0.02	0.04	0.04
39.77	0.04	0.01	0.02	0.04	0.04
39.89	0.03	0.01	0.01	0.04	0.04
40.00	0.04	0.02	0.02	0.04	0.04
39.66	0.04	0.02	0.02	0.04	0.04
39.89	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04
40.45	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04
40.45	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
41.93	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
39.09	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
39.09	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04
54.66	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04
68.52	0.03	0.03	0.01	0.03	0.03
84.66	0.02	0.02	0.00	0.03	0.03
98.41	0.01	0.02	0.00	0.02	0.02
113.98	-0.01	0.03	0.00	0.02	0.02
127.61	0.05	0.14	0.03	0.03	0.03
143.07	0.56	0.62	0.24	0.20	0.20
157.39	0.88	0.83	0.80	0.60	0.60
174.77	1.14	1.11	1.03	0.78	0.78
185.34	1.22	1.16	1.07	0.82	0.82

Tabela IV.10 - Deformação no concreto (VP-2)

Força (kN)	Deformação no Concreto (%)		
	Ext. 8	Ext. 9	Ext. 10
Cel. 0			
0.0	0.00	0.00	0.00
3.1	-0.01	-0.01	-0.01
4.9	-0.02	-0.01	-0.02
7.8	-0.04	-0.02	-0.04
10.0	-0.05	-0.03	-0.05
12.6	-0.07	-0.04	-0.06
14.7	-0.09	-0.05	-0.08
17.3	-0.12	-0.08	-0.11
19.7	-0.14	-0.09	-0.14
24.8	-0.20	-0.13	-0.20
29.0	-0.25	-0.17	-0.24
34.4	-0.31	-0.22	-0.30
39.4	-0.36	-0.26	-0.35
40.1	-0.30	-0.23	-0.34
40.8	-0.26	-0.21	-0.33
39.9	-0.19	-0.17	-0.30
40.9	-0.16	-0.15	-0.29
40.1	-0.10	-0.11	-0.26
39.9	-0.05	-0.09	-0.24
39.8	-0.05	-0.09	-0.24
39.9	-0.09	-0.10	-0.25
40.0	-0.07	-0.08	-0.21
39.7	-0.07	-0.07	-0.17
39.9	-0.05	-0.05	-0.12
40.5	-0.05	-0.04	-0.09
40.5	-0.04	-0.03	-0.06
41.9	-0.05	-0.03	-0.05
39.1	-0.04	-0.03	-0.07
39.1	-0.04	-0.03	-0.07
54.7	-0.12	-0.08	-0.14
68.5	-0.23	-0.15	-0.25
84.7	-0.37	-0.27	-0.39
98.4	-0.50	-0.38	-0.52
114.0	-0.65	-0.50	-0.67
127.6	-0.80	-0.62	-0.82
143.1	-0.97	-0.74	-0.99
157.4	-1.15	-0.86	-1.18
174.8	-1.53	-1.14	-1.62
185.3	-2.01	-1.37	-2.17

Tabela IV.11 - Deslocamentos no meio do vão e nos quartos do vão (VP-2)

Força (kN)	Deslocamento no meio do vão (mm)			Deslocamento nos quartos do vão (mm)	
	Cel. 0	Trans. 11	Trans. 14	Trans. 15	Trans. 12
0.0	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
3.1	0.06	0.10	0.00	0.00	0.03
4.9	0.14	0.18	0.08	0.09	0.08
7.8	0.32	0.43	0.17	0.18	0.25
10.0	0.46	0.57	0.29	0.23	0.33
12.6	0.67	0.85	0.44	0.38	0.51
14.7	0.87	1.06	0.63	0.53	0.66
17.3	1.28	1.51	1.03	0.80	0.92
19.7	1.72	1.95	1.43	1.09	1.25
24.8	2.59	2.86	2.24	1.69	1.84
29.0	3.39	3.67	3.02	2.23	2.44
34.4	4.32	4.65	3.95	2.91	3.12
39.4	5.24	5.57	4.85	3.53	3.76
40.1	4.41	4.67	4.14	2.92	3.12
40.8	4.08	4.34	3.72	2.65	2.88
39.9	3.25	3.51	2.92	2.09	2.30
40.9	2.85	3.11	2.53	1.82	2.03
40.1	2.17	2.41	1.88	1.34	1.52
39.9	1.55	1.72	1.23	0.90	1.08
39.8	1.52	1.69	1.27	0.87	1.09
39.9	1.87	2.00	1.60	1.13	1.35
40.0	1.41	1.58	1.15	0.82	1.05
39.7	1.10	1.26	0.83	0.60	0.83
39.9	0.59	0.79	0.33	0.24	0.47
40.5	0.37	0.56	0.09	0.08	0.31
40.5	0.03	0.22	-0.26	-0.13	0.10
41.9	-0.02	0.17	-0.32	-0.19	0.05
39.1	0.03	0.25	-0.30	-0.14	0.06
39.1	0.03	0.25	-0.27	-0.14	0.06
54.7	0.93	1.23	0.55	0.48	0.70
68.5	2.22	2.61	1.76	1.42	1.66
84.7	3.94	4.39	3.35	2.59	2.85
98.4	5.54	6.07	4.88	3.66	3.98
114.0	7.48	8.10	6.73	5.06	5.39
127.6	9.58	10.29	8.72	6.56	6.91
143.1	11.97	12.78	11.08	8.30	8.66
157.4	14.60	15.51	13.59	10.11	10.58
174.8	19.17	20.19	18.07	13.10	13.65
185.3	26.65	27.78	25.47	17.59	18.77

Tabela IV.12 - Força nos cabos de protensão (VP-2)

Força (kN)	Força de Protensão (kN)	
	Cel. 0	Cel. 2
39.4	0.16	0.23
40.1	0.16	21.02
40.8	0.08	40.47
39.9	0.08	61.72
40.9	0.08	80.16
40.1	0.08	99.45
39.9	0.08	119.92
39.8	0.16	119.45
39.9	0.16	103.59
40.0	20.68	101.80
39.7	40.35	101.56
39.9	61.11	100.16
40.5	80.54	99.92
40.5	100.99	98.91
41.9	113.94	98.91
39.1	92.79	98.91
39.1	92.33	98.91
54.7	92.72	99.53
68.5	94.90	102.58
84.7	98.49	106.33
98.4	102.16	110.00
114.0	106.30	114.06
127.6	110.98	118.59
143.1	116.13	123.67
157.4	120.97	128.44
174.8	130.10	137.34
185.3	143.99	150.94

Tabela IV.13 - Deformação na armadura longitudinal tracionada (VP-3)

Força (kN)	Deformação na Armadura Tracionada (‰)		
	Ext. 1	Ext. 2	Ext. 3
Cel. 0			
0.0	0.00	0.00	0.00
2.4	0.02	0.02	0.02
4.9	0.04	0.04	0.04
7.3	0.06	0.06	0.07
10.0	0.08	0.10	0.12
12.3	0.11	0.16	0.16
14.8	0.17	0.25	0.25
17.5	0.31	0.37	0.37
20.0	0.42	0.46	0.45
25.1	0.63	0.64	0.63
29.9	0.81	0.81	0.80
35.2	0.99	0.99	0.98
40.0	1.15	1.16	1.14
40.0	1.02	1.04	1.03
39.8	0.87	0.89	0.89
40.3	0.70	0.74	0.74
40.8	0.55	0.59	0.60
39.9	1.15	1.17	1.16
43.0	1.10	1.12	1.11
40.2	0.76	0.77	0.77
42.6	0.74	0.74	0.73
41.8	0.73	0.74	0.73
41.8	0.31	0.34	0.34
41.4	0.31	0.35	0.35
40.5	0.03	0.05	0.02
39.2	0.04	0.07	0.04
40.9	-0.11	-0.06	-0.09
39.8	-0.08	-0.05	-0.07
55.1	0.06	0.10	0.08
69.6	0.31	0.36	0.34
84.9	0.64	0.69	0.67
100.0	0.99	1.04	1.01
114.8	1.33	1.37	1.35
113.3	1.31	1.36	1.34
128.0	1.66	1.71	1.69
141.9	2.02	2.07	2.05
156.3	2.41	2.45	2.44
173.0	3.40	3.41	3.43

Tabela IV.14 - Deformação na armadura longitudinal comprimida (VP-3)

Força (kN)	Deformação na Armadura Comprimida (%)	
	Ext. 4	Ext. 5
Cel. 0		
0.0	0.00	0.00
2.4	-0.01	-0.01
4.9	-0.02	-0.02
7.3	-0.03	-0.03
10.0	-0.05	-0.05
12.3	-0.06	-0.07
14.8	-0.08	-0.08
17.5	-0.11	-0.11
20.0	-0.13	-0.12
25.1	-0.16	-0.15
29.9	-0.19	-0.18
35.2	-0.23	-0.21
40.0	-0.25	-0.24
40.0	-0.26	-0.20
39.8	-0.26	-0.16
40.3	-0.27	-0.13
40.8	-0.27	-0.10
39.9	-0.25	-0.23
43.0	-0.27	-0.21
40.2	-0.18	-0.21
42.6	-0.17	-0.22
41.8	-0.17	-0.22
41.8	-0.18	-0.10
41.4	-0.17	-0.11
40.5	-0.03	-0.12
39.2	-0.04	-0.11
40.9	-0.05	-0.03
39.8	-0.05	-0.05
55.1	-0.13	-0.13
69.6	-0.22	-0.21
84.9	-0.32	-0.30
100.0	-0.42	-0.39
114.8	-0.53	-0.48
113.3	-0.52	-0.48
128.0	-0.63	-0.57
141.9	-0.75	-0.67
156.3	-0.88	-0.80
173.0	-1.07	-0.95
167.8	-1.29	-1.05

Tabela IV.15 - Deformação nos estribos (VP-3)

Força (kN)	Deformação nos Estribos (‰)				
	Cel. 0	Ext. 6	Ext. 7	Ext. 11	Ext. 12
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2.4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7.3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12.3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
14.8	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00
17.5	0.00	0.00	0.02	0.02	0.02
20.0	0.00	0.00	0.05	0.03	0.03
25.1	0.01	0.01	0.10	0.04	0.04
29.9	0.00	0.07	0.13	0.06	0.06
35.2	0.01	0.09	0.17	0.09	0.09
40.0	0.03	0.08	0.19	0.12	0.12
40.0	0.04	0.08	0.18	0.12	0.12
39.8	0.05	0.08	0.16	0.11	0.11
40.3	0.05	0.06	0.13	0.10	0.10
40.8	0.05	0.06	0.10	0.09	0.09
39.9	0.05	0.08	0.20	0.14	0.14
43.0	0.05	0.08	0.20	0.14	0.14
40.2	0.06	0.07	0.16	0.11	0.11
42.6	0.06	0.07	0.16	0.11	0.11
41.8	0.06	0.07	0.16	0.11	0.11
41.8	0.07	0.07	0.11	0.09	0.09
41.4	0.07	0.07	0.11	0.09	0.09
40.5	0.07	0.08	0.10	0.07	0.07
39.2	0.07	0.08	0.10	0.07	0.07
40.9	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07
39.8	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07
55.1	0.08	0.07	0.08	0.07	0.07
69.6	0.08	0.07	0.09	0.07	0.07
84.9	0.08	0.07	0.12	0.10	0.10
100.0	0.09	0.07	0.18	0.14	0.14
114.8	0.14	0.09	0.30	0.31	0.31
113.3	0.15	0.09	0.31	0.32	0.32
128.0	0.78	0.57	0.67	0.57	0.57
141.9	1.13	0.91	0.98	0.69	0.69
156.3	1.58	1.34	1.22	0.95	0.95
173.0	1.99	1.77	1.51	1.22	1.22
167.8	2.15	1.94	1.62	1.31	1.31

Tabela IV.16 - Deformação no concreto (VP-3)

Força (kN)	Deformação no Concreto (%)		
	Cel. 0	Ext. 8	Ext. 9
0.0	0.00	0.00	0.00
2.4	-0.01	-0.01	-0.01
4.9	-0.02	-0.02	-0.03
7.3	-0.03	-0.04	-0.05
10.0	-0.05	-0.05	-0.07
12.3	-0.06	-0.07	-0.10
14.8	-0.09	-0.09	-0.13
17.5	-0.12	-0.13	-0.17
20.0	-0.14	-0.15	-0.20
25.1	-0.19	-0.20	-0.26
29.9	-0.23	-0.24	-0.31
35.2	-0.27	-0.29	-0.36
40.0	-0.31	-0.33	-0.41
40.0	-0.30	-0.30	-0.36
39.8	-0.29	-0.26	-0.30
40.3	-0.29	-0.24	-0.25
40.8	-0.28	-0.21	-0.19
39.9	-0.31	-0.32	-0.40
43.0	-0.32	-0.32	-0.38
40.2	-0.21	-0.24	-0.33
42.6	-0.20	-0.24	-0.34
41.8	-0.19	-0.23	-0.34
41.8	-0.17	-0.14	-0.17
41.4	-0.16	-0.14	-0.17
40.5	-0.02	-0.06	-0.14
39.2	-0.04	-0.06	-0.13
40.9	-0.03	-0.02	0.02
39.8	-0.03	-0.03	-0.01
55.1	-0.10	-0.11	-0.14
69.6	-0.21	-0.21	-0.27
84.9	-0.33	-0.34	-0.41
100.0	-0.46	-0.46	-0.55
114.8	-0.58	-0.58	-0.68
113.3	-0.58	-0.58	-0.68
128.0	-0.71	-0.70	-0.82
141.9	-0.84	-0.83	-0.98
156.3	-1.00	-0.99	-1.16
173.0	-1.23	-1.23	-1.44
167.8	-1.57	-1.65	-1.93

Tabela IV.17 - Deslocamentos no meio do vão e nos quartos do vão (VP-3)

Força (kN)	Deslocamento no meio do vão (mm)			Deslocamento nos quartos do vão (mm)	
	Trans. 11	Trans. 14	Trans. 15	Trans. 12	Trans. 13
Cel. 0					
0.0	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
2.4	0.12	-0.01	0.26	0.15	0.04
4.9	0.28	0.04	0.47	0.26	0.10
7.3	0.41	0.18	0.65	0.41	0.18
10.0	0.60	0.30	0.86	0.56	0.28
12.3	0.79	0.49	1.07	0.69	0.42
14.8	1.12	0.79	1.43	0.94	0.63
17.5	1.59	1.30	1.89	1.23	0.95
20.0	2.01	1.58	2.30	1.50	1.25
25.1	2.91	2.43	3.16	2.08	1.85
29.9	3.75	3.42	4.02	2.66	2.46
35.2	4.68	4.36	4.87	3.26	3.09
40.0	5.58	5.27	5.80	3.92	3.77
40.0	5.05	4.77	5.25	3.54	3.40
39.8	4.45	4.16	4.61	3.12	2.94
40.3	3.66	3.44	3.81	2.57	2.40
40.8	3.01	2.75	3.09	2.06	1.93
39.9	5.69	5.38	5.88	3.96	3.85
43.0	5.50	5.19	5.69	3.84	3.70
40.2	3.90	3.58	4.11	2.72	2.59
42.6	3.80	3.44	4.01	2.62	2.52
41.8	3.78	3.38	4.02	2.59	2.49
41.8	1.97	1.63	2.15	1.33	1.24
41.4	1.97	1.66	2.15	1.36	1.24
40.5	0.46	0.10	0.74	0.30	0.16
39.2	0.54	0.15	0.79	0.35	0.24
40.9	-0.14	-0.54	0.03	-0.16	-0.29
39.8	-0.03	-0.39	0.19	-0.07	-0.17
55.1	0.85	0.47	1.06	0.56	0.45
69.6	2.11	1.67	2.30	1.38	1.29
84.9	3.65	3.23	3.87	2.42	2.35
100.0	5.35	4.95	5.65	3.60	3.55
114.8	7.22	6.77	7.50	4.81	4.82
113.3	7.17	6.72	7.45	4.80	4.77
128.0	9.51	9.04	9.82	6.39	6.37
141.9	11.87	11.40	12.18	8.06	7.98
156.3	14.67	14.22	15.00	9.96	9.85
173.0	18.67	18.20	19.02	12.56	12.50
167.8	26.44	26.45	26.71	16.77	17.35

Tabela IV.18 - Força nos cabos de protensão (VP-3)

Força (kN)	Força de Protensão (kN)	
	Cel. 0	Cel. 1
40.0	-0.16	0.00
40.0	20.21	0.08
39.8	40.50	0.08
40.3	59.08	0.08
40.8	79.21	0.08
39.9	1.72	0.08
43.0	20.92	0.08
40.2	18.34	38.12
42.6	19.04	50.62
41.8	19.35	48.05
41.8	77.97	44.06
41.4	74.69	44.22
40.5	71.88	119.37
39.2	71.88	103.05
40.9	119.25	101.02
39.8	103.80	101.17
55.1	105.20	103.12
69.6	108.01	106.09
84.9	111.45	109.69
100.0	115.35	113.67
114.8	119.41	117.89
113.3	119.02	117.50
128.0	123.78	122.58
141.9	128.30	127.19
156.3	133.14	132.27
173.0	140.17	139.69
167.8	123.93	125.23